

1 はじめに

天売高校は、羽幌町立の夜間定時制普通科の学校で、現在生徒数は8名（1年3名、2年2名、3年3名）となっている。天売島は人口約300名、周囲は約12km、羽幌町からは約30km離れている。すぐ隣には焼尻島が並んでいるが焼尻高校は40年ほど前に廃校となっている。生徒の学力に関しては、基礎学力が身につけておらず、場合によっては小学校や中学校まで遡って学習することも多く、そのため昨年度から1年生の数学・国語・英語の単位数を3単位から4単位に増単し、基礎学力の充実を図っている。

2 数学を通して何を身につけさせるのか

数学は、他教科と比較しても、それまで学んだ知識を使う率が高く、それらを身につけるためにはかなり多くの学習が必要になってくる教科である。そのため数学を嫌いになる生徒が多いと言えるのではないだろうか。本校でも数学嫌いの生徒は多く、小学校の算数の時代から苦手意識を持つ生徒が多い。数学を学ぶ目標として学習指導要領には、「……事象を数学的に考察し表現する能力を高め、創造性の基礎を培うとともに、数学の良さを認識し、それらを積極的に活用して数学的論拠に基づいて判断する態度を育てる。」とある。本校の生徒は今のところ数学で大学受験する生徒は現れていないため、時には教科書を離れた題材を取り扱うこともある。そのときに気をつけていることは事象を数学的に考察できるかどうかである。

3 数学Aでの実践

数学Aで「図形の性質」の中で、空間図形を学ぶ箇所があり、オイラーの多面体定理を取り扱うことになっている。凸多面体で頂点の数を v 、辺の数を e 、面の数を f とすると $v - e + f = 2$ が成り立つことを正多面体で確かめたり、正多面体を自分たちで作ったりしてオイラーの多面体定理が成り立つことを確かめるのだが、資料1のようなサッカーボールを使って計算で求めることと本物のボールで数えて確かめることも効果的であった。参考 「東京書籍 数学A教科書(スタンダード)」

4 「発展数学」での実践

本校の3年生の選択授業で学校設定科目である「発展数学」については、考査を行わずレポートの提出で成績をつけている。前期のレポートのテーマは「あみだくじ必勝法」である。資料2あみだくじを自分の思い通りの結果に結びつける方法を考え出し、それを9月中旬に行われる学校祭で発表するというものである。後期のレポートのテーマは、「数学オリンピック予選問題を本校の1年生に理解できるようわかりやすくパワーポイントを使って説明する」である。資料3

先日、2、3年生の前で説明する機会があり行ってみたが、「問題が理解しにくいのでわかりやすく言い換える」「重複した数字を消すときにもっと段階的に消していく」など色々な改善点が挙げられた。現在は、その改善点の修正をしている段階である。

数学 A～サッカーボールの面の数

資料 1

課題 サッカーボールは正五角形と正六角形から構成される凸多面体である。

どの頂点にも 1 個の正五角形と 2 個の正六角形が集まっている。

どの正五角形にも、5 個の正六角形が接し、どの正六角形にも

3 個ずつの正五角形と正六角形が接している。

この多面体の正五角形の数を x 、正六角形の数を y とする。

(1) x, y の値を予想しよう。



(2) A 多面体の頂点の数 v を x を用いて表し、 v を y を用いて表しなさい。

B 多面体の辺の数 e を x と y を用いて表しなさい。

(3) A, B の結果と、多面体の面の数 f が $f = x + y$ であることを用いて、オイラーの多面体定理から x と y をそれぞれ求めなさい。

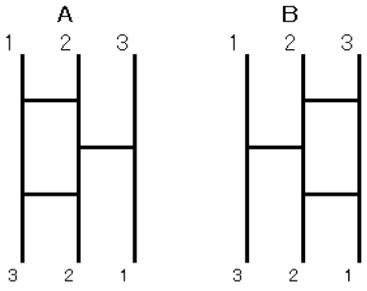
(4) 実際にサッカーボールの面の数を数えて、求めた x と y の値が正しいか確かめなさい。

ボールに数を書き込んでも構いません。



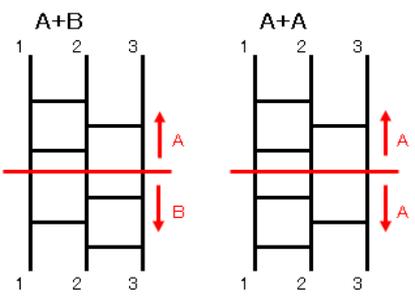
あみだくじ必勝法

発展数学

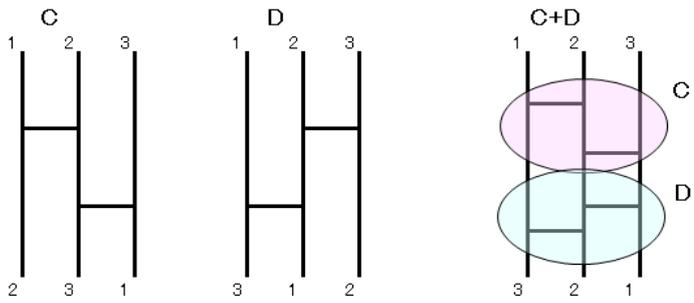


僕が履修している「発展数学」では、通常の授業に加えて、日常の様々な事象を数学的に解明することも研究しています。今回は、「あみだくじ必勝法」について研究してみました。縦線が引かれたあみだくじの結果を数学的に考察して自分の思い通りの結果に導けることが最終目標です。まずは、問題を簡単にするために縦線3本のあみだくじで考えました。

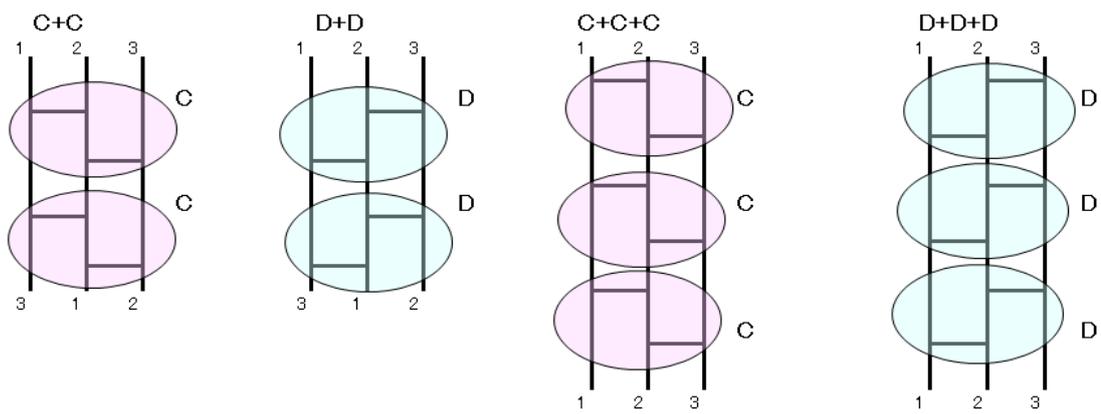
Aのくじを見てください。上の数字が左から1, 2, 3と並んでいますが、その行方が3, 2, 1と逆の順に並ぶこととなります。いま、(1, 2, 3)が(3, 2, 1)に対応しており、それをAという変換と呼ぶことにします。



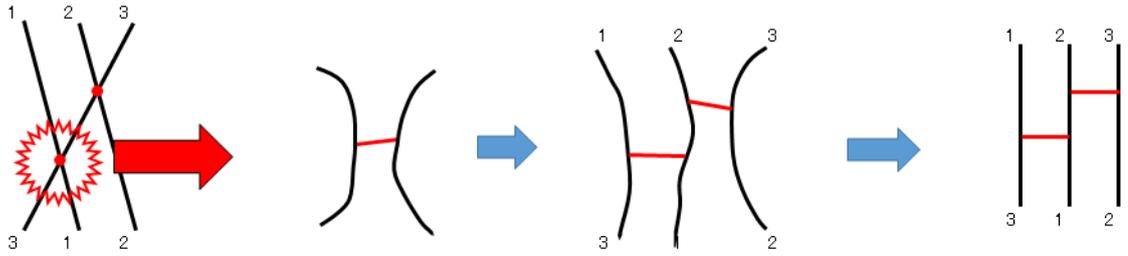
最初の数字の順番を入れ替えるAとBという変換を考えます。AとBとでは横線の引き方は違いますが、結果は同じになります。AとBを縦に組み合わせると、元の列に戻ります。また、AとA、BとBを縦に組み合わせても同じ結果が得られる事がわかります。



次に1つ左にずれるCと、1つ右にずれるDという変換を考えます。その結果CとDを足すと元に戻り、CとCを足すと、左に2つずれ、DとDを足すと右に2つずれます。以上の結果からあみだくじには足し算が成立することがわかります。複雑なあみだくじはいくつかの単純な変換の組み合わせと考えることができます



では、上の数字を下の数字のように並び変えるには、横線をどう引けばいいのでしょうか？
ただし、横棒は最小の本数にしなければなりません。

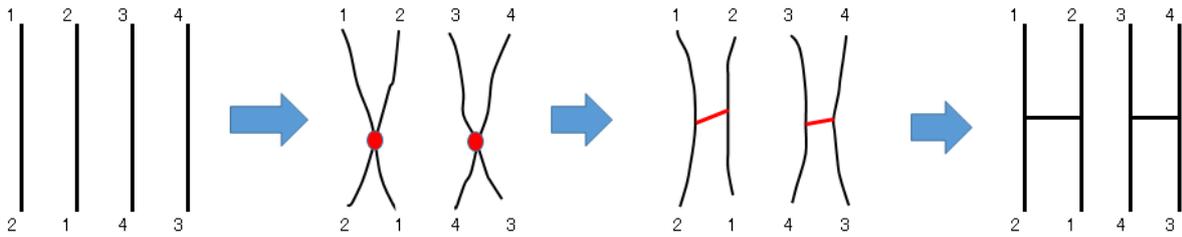


まず、上の数字と下の数字を線で結びます。

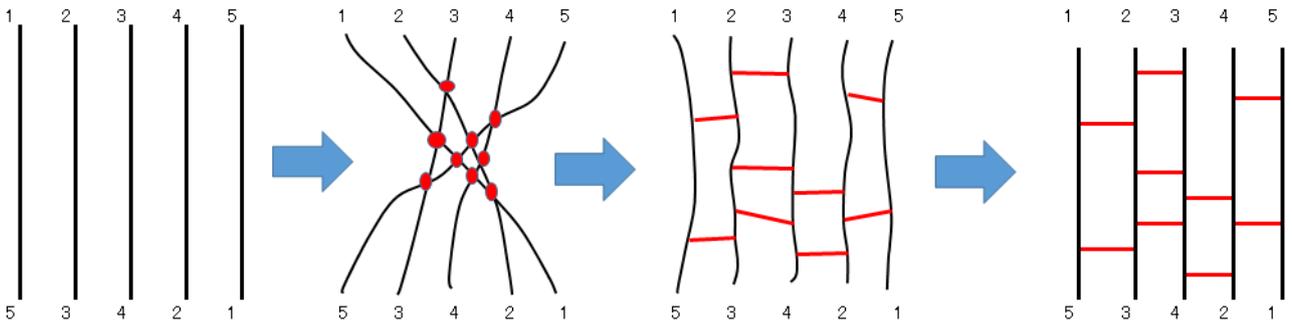
赤い丸が横棒と同じ意味合いと考えて

上にある赤い交点から順に棒を引いていくと下の数字に繋がります。

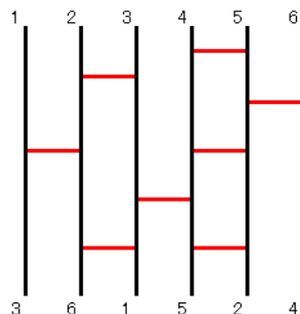
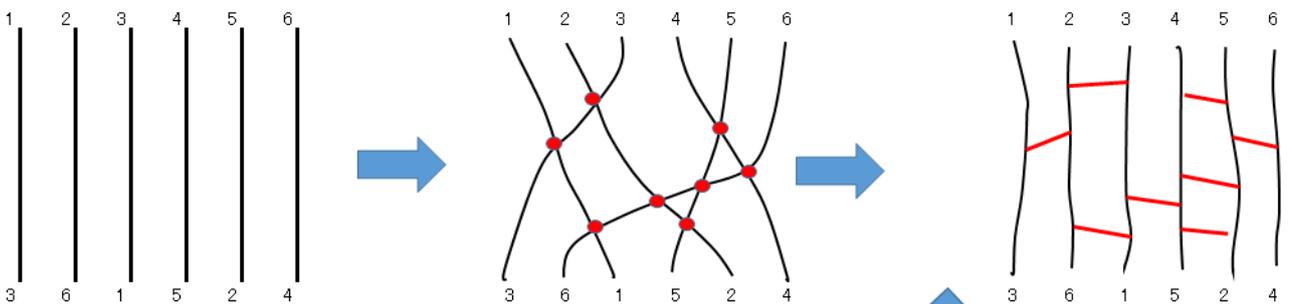
では、ここで横棒を4本に増やしてみましょう。



次は、横棒を5本に増やしてみましょう。



次は、横棒を6本に増やしてみましょう。



さあ、縦棒7本に挑戦してみよう！
お手元のプリントの問題に挑戦してみてください

問題1 J君が九九の表に載っている数（1以上9以下の整数2つの積として表される数）の中から5個を選

んだところ、いずれも2桁であり、一の位または十の位に0,1,2,3,4,5,6,7,8,9がちょうど1度ずつ現れていることに気がついた。J君が選んだ数のうち、一の位または十の位に5が現れるものを答えなさい。ただし、2桁の数として十の位が0であるものは考えないものとする。（2018年日本数学オリンピック予選問題）

<参考>

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100