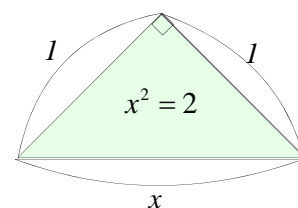


# ルートを開こう

中村文則(札幌旭丘)

無理数である $\sqrt{2}$ の値は近似式で求められます。あるいは手元に電卓があるのなら、ちょっと $\sqrt{\quad}$ キーを叩いてみれば済むことです。ただ、近似式は小数第何位かで狂いが生じ、また電卓はディスプレイの表示桁数に限界があります。



しかし開平法(平方根を求める方法)では、 $\sqrt{2}$ に限りなく近い値を求めることが可能なのです。

例  $\sqrt{529}$ を開平してみましょう。

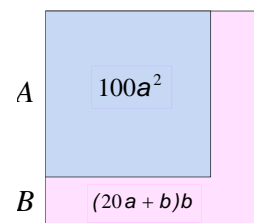
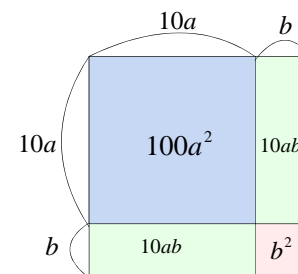
$$529 = (10a + b)^2 = 100a^2 + 20ab + b^2$$

とみると、 $10^2 < 529 < 10^4$ ですから、529は2桁の数です。そこで一の位が0である2桁の数の平方で529に一番近い数を求めると、20が得られます。次に $\sqrt{529} = 20 + b$  ( $0 \leq b \leq 9$ )とおき、両辺を平方します。 $529 = 400 + 40b + b^2$ より $b = 3$ が分かり $\sqrt{529} = 23$ となり開平できました。

問  $\sqrt{1269}$ を開平してください。

では、この計算の仕組みを考えてみましょう。

2桁の整数 $x$ は、 $x = 10a + b$  ( $1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9$ )と表せます。 $x^2 = 100a^2 + 20ab + b^2$ より、 $x^2 - (10a)^2 = (20a + b)b$ 。これは、図のように $x^2$ を面積とみると、おおざっぱに十の位の数の平方を表す面積 $100a^2$ を求めて、残りの面積から1の位の数を算出していることが分かります。



この計算を簡略化すると次のようになります。

計算は2つのブロックに分かれています。左側は平方根の各位の数を求めている部分であり、右側は平方数の表している面積と、残りの面積を計算する部分です。

	$10a + b$
$10a$	$\sqrt{100a^2 + 20ab + b^2}$
$10a$	$100a^2$
<hr/> $20a + b$	<hr/> $20ab + b^2$
$b$	$20ab + b^2$
<hr/> $20a + 2b$	<hr/> $0$

例  $\sqrt{4489}$  の開平で実際の計算の流れをみてみましょう。

No.	ブロック記入内容	右ブロック	左ブロック
①	<右ブロック>一の位から2桁ずつ仕切りを入れる		$\sqrt{44\ 89}$
②	<左ブロック>平方して44になる最大の内数6を求め縦に2つ並べる。 <右ブロック>その平方数を記入	6 6	6 $\sqrt{44\ 89}$ 36
③	<左ブロック>内数6の和を下段に記入 <右ブロック>平方数(面積)の差を求め下段に記入し、次の2桁を降ろす。	6 <u>6</u> 12	6 $\sqrt{44\ 89}$ <u>36</u> 8 89
④	<左ブロック>12□×□の値が右ブロックの下段にある値の最大内数になるように□を求める <右ブロック>12□×□の値を記入する	6 <u>6</u> 12 7 7	6 7 $\sqrt{44\ 89}$ <u>36</u> 8 89 8 89

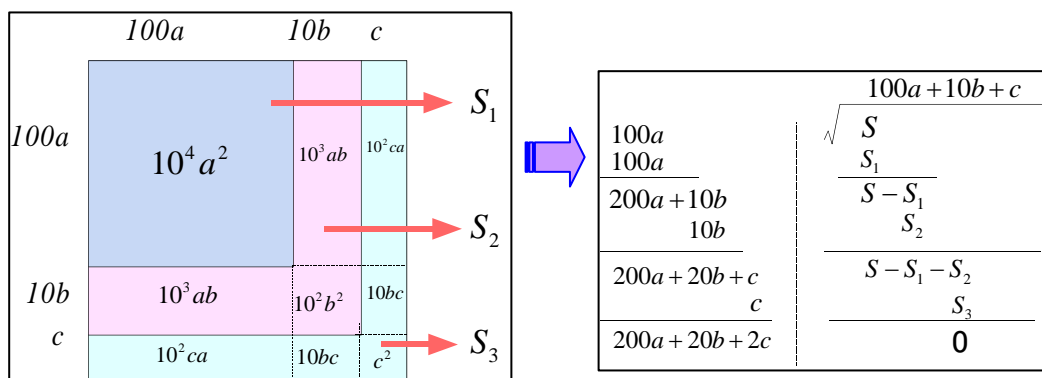
以下同様に計算し、右ブロックの面積の差が0になる(開ききる)まで続けます。

		6 7
6	$\sqrt{44\ 89}$	36
<u>6</u>		<u>8 89</u>
12 7		8 89
7		0
<u>13 4</u>		

問  $\sqrt{6889}$  を開平してください。

問 開平した値が3桁の場合でも同様の計算ができることを図で確認し、次の数を開平してください。

(1)  $\sqrt{45796}$       (2)  $\sqrt{552049}$



例  $\sqrt{5364}$  を開平してみましょう。

右がその計算結果ですが、面積が残ってしまいました(この面積を

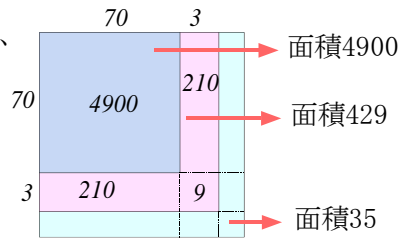
開平の残りといいます)。これは、

$$5364 = 73^2 + 35$$

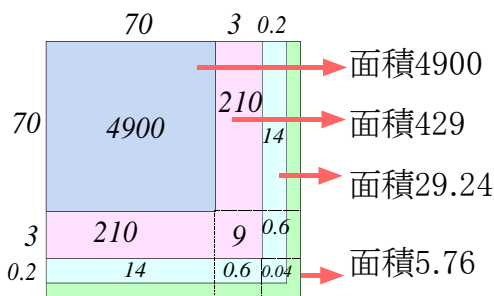
となることを意味します。

そこで、さらに同様の手順で

計算すると次のようになります。



	7	3	.2
7	$\sqrt{5364}$		
7	49		
14 3		4 64	
3		4 29	
14 6 2			35



	7	3	.2
7	$\sqrt{5364}$		
7	49		
14 3		4 64	
3		4 29	
14 6 2			35 00
2			29 24
14 6 4			5 76

$5364 = 73.2^2 + 5.76$  となり、小数第1位まで平方根が開かれました。このように、開平計算では、おおざっぱに $10^2$ の幅で平方数の表す面積を近似することによって、百の位、十の位、一の位、小数点第1位と値を絞っていくことができます。

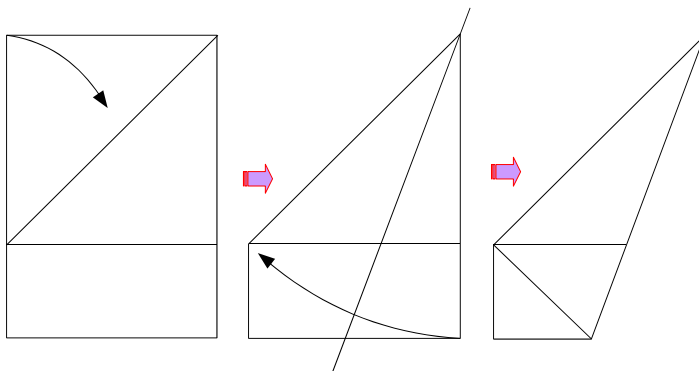
例  $\sqrt{5.43}$  を小数第2位まで計算してみよう。

問  $\sqrt{2}$  を小数第6位まで計算してください。

	2	3	3
2	$\sqrt{5.43}$		
2	4		
4 3		1 43	
3		1 29	
4 6 3			14 00
3			13 89
4 6 6			11

考えてみよう

西洋紙を図のように折り曲げると重なります。このことは何を意味するのでしょうか。



←西洋紙を半分には折ると、元の西洋紙と同じ形(相似)になります。そのためには西洋紙の2辺の比はどうなっていればいいのでしょうか。