



## 数学と教育学の対話

### 第1章 分かりあうには.....

————— 才を編むために



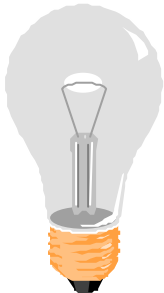
数学における問題解決は、推理小説を読むようなものである。

殺人事件が発生し（問題が提起され）、捜査の失敗が繰り返され（試行錯誤がなされ）、犯人が捕まる（解法が見つかる）。ところで、推理小説では、犯人の意外性としての面白さが必要不可欠な要素となっている。もちろん、この意外性は読者に対してのもので、小説の中の場面では、随所にその方向へと導く因子が配列されており、それに気がつけば、意外でも何でも無い。当然の帰結なのである。

例えば、エルキュール・ポアロ（推理小説の女王、アガサ・クリスティ女史によって紹介された名探偵）は、事件の結末に意外性を感じたりはしない。ポアロ自身は事件が起こったとき、状況判断から、その独特の直観的思考で事件の真相の大筋を把握する。そして捜査段階でのちりばめられた小さな証拠を分析、統合し、犯人を追い詰めていく。やがて、その灰色の脳細胞が瞑想から醒めるとき、謎解きがなされ我々は犯人を知り、そこで意外性を感じるのである。



では、それまでの間、読者はじっと我慢を強いられているかという決してそうでもない。読者もまた、同時に頭の中で事件を追っている。ポアロと並行して、捜査を進め、自分なりの結論をだす。だが、それ以上の真相をポアロから提示されるからこそインパクトがある。だから、小説をあとがきを先に読んでしまい、あらすじをあらかじめ知ってしまうと意外でもなんでも無いことになる。急に興味は薄れ、こんな小説、何が面白いのだろうと首を傾げ、彼らにとってポアロはただのデブのお節なおっさんに過ぎなくなるのだ。



こうして最初の一冊目の意外性から推理小説に取り憑かれた読者は、二冊目を読み出し、三冊目、四冊目と書棚には本が重ねられていくことになる。そして、そのうち読者は、ふと気がつく。自分を読書に駆り立てているのは、犯人探しの面白さよりもポアロという探偵に対する憧れと推理への挑戦であることに。

さて、話を戻そう。数学は、推理小説のようなものだといった。もちろん、数学という本が、推理小説という意味なのではない（といえるかもしれないが）、数学の問題が解かれる過程が推理小説に似ているということである。では、その問題解決の意外性はどこにあるかというと、例えば、初等幾何では、図形問題の補助線がそうである。突如として一本の線が図形を整理する。その分割の仕方があまりに鮮やかだから、惹かれるし、疎ましくもなる。この感情の対局的な立場は、補助線が引かれる前にどれだけ、図形を見ていた（読んでいた）かによるだろう。

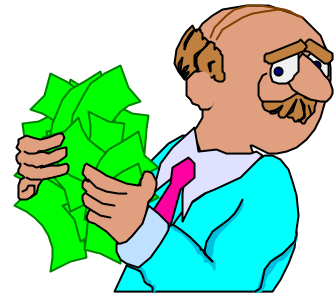
そして、やはり推理小説の読者と同じく数学の解法においても、自分の解法とその深さに比例して、インパクトがあるのだ。たかだか一本の補助線が解答を導いていくだけのことなのに、解答者は「エレガン

ト」という言葉の虜になってしまう。もっとエレガントな補助線が見つからないかと躍起になるのだ。

ところで、ここで一つ問題がある。では、数学の問題解法の過程においては、ポアロは誰なのだろう？。それは数学を解く舞台が、生徒という解答者にとっては学校であることから明らかである。問題を提起し、灰色の脳細胞である黒板で推理を煮詰めた後、振り返りニヤッと笑い、自慢のワックスで固めた八の字形の口髭を撫でながら、南極ペンギンのように自信に溢れ反り返っているおっさんが勿論、ポアロである。



さて、ところで最近そのポアロは、喋り過ぎていることが気になっている。喋りすぎのポアロからは意外性など望めそうもないが、それでも一応生徒は付き合ってくれる。犯人を途中でぺろっと口を滑らしてしまうわ、誤認逮捕はするわで、哀れなポアロは自分はピエロではないかと悲しくなることがある。誰だって毎日ある授業で、そういつだって意外性を演出してはられない。だから、ときには、謎解きを生徒に譲って、「まだ勝てるぞ！」と優越感に浸ってみたこともある。いったい、自分の推理を彼らは理解しているのだろうかと思い、テストと小さく書かれたアンケート用紙を配って、生徒の顔色を伺ったこともある。誰がそんな彼を責められよう。だけど、何より悲しいことは、あまりに生徒が従順であることなのだ。いや、生活面に関してでは決してない。授業内容に関してのことである。従順であるから理解度が伺えない。だから喋りたくなる。喋ると、ただ黙々とノートを取っている彼らに、不安を覚えてきてまた喋る。彼らの目には、そんなポアロはどう映っているのだろう。



二次元コンプレックスという言葉があるんだそうな。これは、雑誌、ポスター、テレビといったような平面、すなわち二次元にしか興味を示さない若者の傾向をいっている。実際、彼らの日常生活は、二次元文化に溢れている。ファミコンでは、主人公に自分を投影させ、生死を賭けたゲームに興じている。カラオケでは、ビデオを見ながら、歌手の歌い方を真似ることが、歌うことと信じている。レンタルビデオを観ながら、ドラマの感動を自分の人生とオーバーラップさせようとする。そんな彼らだから、ひょっとしたら授業も二次元的のものと見ているのかもしれない。

ポアロは考える。自分と彼らを隔てているのは、10センチほどしかない教壇の高さである。この境目に、スクリーンの幕が降りているのではないかと。そう思えばすべて納得がいく。自分は銀幕の中の俳優で、お定まりの陳腐な演技を時間とともに始める。彼らにとってそれは目の前の二次元上の出来事だから、参加する必要だってありはしない。最近はやりのマニュアルビデオのようにほっとけばみんな喋ってくれると思っている。15分ごとにコマーシャルで息抜きをしなければ集中できない彼らに、サービスで、冗談でも喋ってやろうかとさえ思う。

でも、とまた疑問が鎌首をもたげる。銀幕の内側にいるのは、なぜ、自分の方なのだろうか。これだけ悩んでいる自分が、どうして虚像でなければいけないのだろう。二次元とは漫画のように動かないものだ、と思っている古い世代の彼には、反応が、表情が読み取れない生徒のほうが、スクリーン上の虚像のように思えるのだ。いっそのこと、映画「カイロの紫のバラ」の主人公のように、スクリーンの向こう側の世界に飛び降りることができたら思うのだが、10センチの教壇の高さは、彼にとっては10メートルの崖の高さに思えるのだ。

こんな風に気が滅入ったとき、きまってポアロは昔読んだ本を思い出す。その題名は、「さあ数学しよう」～MATH!～(岩波書店)。なんだ、題名が日本語になってないじゃないか、とブツブツと文句をいいな

がらも読み、いつのまにか、とてもこの日本語が好きになってしまった本である。著者は、S・ラング。アメリカのエール大学の数学教授。内容は、カナダとフランスのハイスクールで彼が講義した数学の記録である。 $\pi^2$  という公式でしか円周率を知らない15歳の若者らに、ラング氏は、僅か1時間ほどで、対話を通して、 $\pi$  のイメージを与えてしまう。

ラング氏の教授法は、「分からない生徒」の疑問を引き出すことから始まる。そして、その考え方が間違っているとしても決して否定したりはしない。その疑問から引き出せるものを大切にしながら展開していき、徐々に生徒の頭の中に、3.14でも円周率という言葉でもない、 $\pi$  のイメージを作っていく。

初めて読んで、ポアロは感動した。何度も何度も読み返して、何度も何度も感動した。「数学する対話」（日本語が変になってしまった）が必要なんだと一人で納得した。そして思った。たぶん、ラング氏の教授法は、『才を編む』ことなんだろう。生徒の持っている才能を、優しく引きだし、丁寧に、丁寧に編んでいく。そして、それはやがて誰が見ても、円というタペストリーに織り上がっていくのである。

この本はポアロのバイブルとなった。

だが、現実には甘くない。直面するいまの状況は、バイブルでは救えない。なぜなら彼はポアロであって、ラング氏ではないのだから。ラング氏ほどの豊富な数学知識はないし、いつも直観的思考力だけで困難を乗り越えてきた。だから、今度だっと思ふのだ。

だが、さてよ。『才を編む』、才能を編むなんてことはできないにしても、引き出すことぐらいはできないのだろうか。ふと、最近読んだ雑誌の内容が、彼の頭の中を駆け巡った。

右脳の働きというのが最近、脚光を浴びてきている。右脳とはイメージ脳である。非言語機能ともいわれ、直感力、感性といった創造的なひらめきに関与している。これに対して、左脳は言語機能であり、論理的、分析的な機能をもつ。いま、なぜ右脳が問題にされるのかということ、知識、論理といった科学至上主義が息詰まりをみせているからなのである。学校教育でも、偏差値とか、内申点といった言語機能の獲得が目標とされ、公式を覚えることが最優先であり、理解は二次なのである。でも、これではコンピュータとその思考回路は変わらないことになる。それが社会現象として白けた冷たい目を持つ世代を生み出してしまった。この偏った言語機能に歯止めをかける為に感性としての右脳の必要性が叫ばれているのだ。

いま目の前で、機械のように板書を続ける彼らは、明らかに左脳で授業を受けているのである。だから、何とか右脳を目覚めさせてやればいいのか。その右脳のもつひらめき、感性こそが、問題解決の喜びにつながり、従順な彼らも、疑問に対して素直な反応ができるようになるだろう。さあ、右脳をちょこちょこ刺激してやるんだ。そうすれば、そうすれば、……でも、どうやって？

雑誌の受け売りを信用したのが間違いだったと後悔するポアロであった。右脳の理論は言語機能の左脳を使ってうまく書かれてはいるけれど、実践に移すだけのものがないのだ。これじゃ、机上の空論に過ぎない。だいたいよく考えると、聖書の中にも「はじめにロゴスありき」って言葉がある。論理こそ最初であるということだからこの頃から既に、言語機能偏重はあったってことだ。だから、その後哲学者が、パトスって情の必要性を唱えていたんじゃないか。そんな大昔の議論を再び今また大脳生理学者は蒸返している。これじゃ、いつまでたっても、いたちごっこじゃないか。

可哀相なのは、その研究のために犠牲になった多くのモルモット達だ。例えば、パブロフの犬。彼は、メトロノームの音を聴いただけで唾液を流すだけの犬にされてしまった。だいたい、パブロフの犬って言い方は、犬に失礼じゃないか。パブロフのポチとか、シロとかいいようがあったろう。それに較べると、初めて宇宙にいった犬、ライカ犬。彼が宇宙から見た地球は、素晴らしいものだったろうなあ。人間にさえ見ることのできなかつた光景を、彼はみた。彼はどういう気持ちで見ていたのだろうか？

そこで、ふっとポアロの右脳は閃いた。

犬の立場で考えると、地球の光景なんてどうでもいいことだったかもしれない。どうしてライカ犬の方がパブロフの犬より幸せだったと言い切れるだろう。少なくとも、三度のおまんまが与えられていた分だけ、パブロフの犬の方が幸せだったかもしれない。そう、相手の気持ちになって考えてやるということを、自分は忘れていたんだ。生徒のことにしたってそうさ。いつだって、生徒と距離をおいて分かるようにしていた。自分が分かっただけでは駄目なんだ。自分で分かったことが生徒も分からなきゃ駄目なんだ。お互いが「分かりあえる」ってことが大事なんだ。じゃあ、その為には？。目を上げると、無表情の中に不安が見え隠れしている目達が見ていた。

振り返った体を少し前屈みにして、ポアロは、僅か10センチの教壇を、ひょいっと飛び降りた。



## 第2章 二つの知の間に

### ————— カルネアデスの舟板

「先生、カルネアデスの舟板知ってますか？」

ドキッとしてポアロは瞑想から現実に戻された。振り返ると、パイプの煙でぼやけた中から相手の心の奥底を覗き込むような鋭い視線を向けているホームズ先生がいた。ポアロはこの先生が好きではない。彼の言葉は丁寧であるがその端々、イントネーションに相手を値踏みし、見下すような慙懣無礼なところがある。カネアデスの舟板？、「舟板について知ってますか」じゃなく「舟板知ってますか」と尋ねることに、答えられるなら答えてみるという彼特有の挑戦の匂いがする。残念ながらポアロはその舟板について知らなかった。だが、そのことを言う前に、ホームズは先を続けていた。「これは刑法の緊急避難の問題なのですが、船が難破し投げ出された2人が1人分の重さしか耐えられない板にしがみつこうと争って一人が相手を溺れさせてしまった場合、その人は罪を問われず無罪とみなされるというんです。でも実際に先生が二人のうち一人であったとしたら、先生はどうしますか。」

ポアロは身構えた。自分が死んでも助かって悔いの残る選択じゃないか。カネアデスの舟板の質問の背後にあるホームズの根深い思惑を読み取ろうとしたが、相変わらず彼はパイプの煙をくゆらせペダンチックな態度でこちらの反応を楽しんでいる様子である。難破したもう一人がホームズならそのときの決断は決まっているのと思ったが、ポアロはそのカネアデスの舟板の回答の後のホームズの猛撃を予想して逃げ腰になっていた。「いや、いまはちょっと時間がなくて。生徒を待たせているものですから。」まわりついてくるホームズの視線を断ち切るように出席簿と教科書をもってポアロは廊下にていた。



情けなかった。ホームズの問題に答えられなかったのはもちろんだが、普段のポアロなら、その灰色の脳細胞が本能的にその後の対処すべきパターンを用意してくれていた。いまの彼にはその閃き、余裕が失

われていることが情けなかった。実は、それが彼が瞑想に耽っていた理由なのである。

ポアロにとって10センチの教壇の高さはすでにない。いつでもひょいと教壇を降り生徒の中に入っていけるようになっていた。講義の途中、くぐもった声での質問があると駆け降り納得するまで教えた。それまでは無表情に思っていた生徒の目はいまは様々な言葉で話し掛けてきた。「見るという字は目に足がついている」とはよくいったものである。彼は生徒の質問に答えられる自分を誇らしく思い、ホームズのようにけっして自己満足で終わっていないという自負があった。だからどんな質問にも答えられるように、教材研究にはいままで以上に力をいれ、彼の書棚は、ポントリヤーギンの連続群論のような専門誌の前を、赤塚不二夫の「おもしろ数学教室」とか、秋山仁の「数学トレーニング」といった数学解説書が堂々と占居するようになった。灰色の脳細胞は問題を分析する前に、生徒の理解度を把握することを優先せよ、ワックスで固めた八の字型の口髭アンテナは常に生徒に向けられている。自分と生徒との距離は確かに短くなったと思った。自分が変わったことで生徒も変わっていく様を彼は嬉しそうに見守り教育者としての法悦に浸っていた。

そのポアロを奈落の底に突き落としたのが全校一斉数学推理コンテスト（彼以外の先生は、定期考査とっている）。彼のクラスは学年最下位だったのである。

いま「編みかけた才」は、誰かに毛糸の先を引っ張られているようにほどけ、思考はもつれていった。自問自答しても答えは見つからない。彼自身が才を編むために構築した教育理論はそれほど完璧なものだったはずなのだ。10センチの教壇の崖を飛び降りてからポアロは生徒との対話を限定された時間内で効率的にするために「三段教授法」<Three Step Teaching ; 略してT S T>なるものを考案した。

#### 《T S T教授法》

当てる < A T E R U >

おだてる < O D A T E R U >

育てる < S O D A T E R U >

分かり合うためにできるだけ多くの生徒に「当てる」ことで、生徒と疑問や悩みを共有し、理解したら「おだてる」ことで生徒を褒めて成就感をもたせ、生徒が意欲的に学習するように「育てる」。こうして、その時間のテーマに段階を経て近づけるといえるものである。「誰でも簡単にできるんだよ」ということを強調することで、ピグマリオン効果<結果が期待を作り上げてしまう効果>を狙ったのである。生真面目なポアロにしてはローマ字のスペル変化との対応が妙に気に入っていた。T S Tを授業の中に取り入れてから、教育効果は上がったとポアロは確信している。生徒の喰いつきが違うのである。さ迷える小羊<ストレイシープ>の眼は、草を食む平和な小羊の目に変わっていった。その成果が数字ででてくることを期待していただけに推理コンテストの敗北はショックだった。実は、ホームズに声をかけられたとき、瞑想というより自責の念で沈みこみ、それでも必死に敗因を分析しようとしていたのだ。

迫り出した腹が邪魔して見えるはずもない床に眼を落とし、ブツブツと独り言を呟きながらポアロは教室に入っていった。

「起立！。礼！」。だらしなく立ち、首をコクッと傾げる子供達。いつもの光景。チョークの粉が白く引き伸ばされ白粉をしたようないつもの黒板。このいつもの繰り返しがとても新鮮に思えたこともある。だが情熱は急速に冷めつつあった。しらけていく感情を制御できない自分に苛立ち、打開策を見いだせない

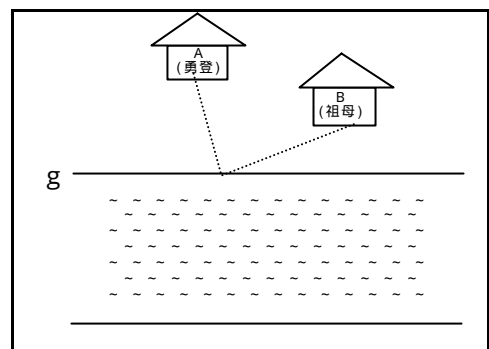
脳細胞を責めた。

ポアロは重たそうにチョークをもち、黒板に「ロバの問題」と書いた。振り返る。86個の目が彼に注がれている。その目も以前ほどの輝きは失せている。明らかにポアロの感情の冷気は生徒達も冷やしているのだ。ポアロは視線から逃れるように目を空に泳がした。そして、おもむろに説明を始めた。

「今日は、ロバの問題について考えてみよう。ロバって、人の名前じゃないよ。あのパカパカ歩く馬の親戚のことだよ。」……はずした。笑いがとれるところなのに教室は静まりかえっている。外したときほど惨めなことはない。慌てて取り繕うように彼は黒板に図を書き始めた。

気持ちを落ち着かせながら書いていく。もう冗談は言うまいと心に決めて、説明を続ける。「図中、A地点にいる勇登君が、ロバを連れて、川に水を汲みにいき、ポリタンクに入れた水をロバの背に乗せてB地点にいるおばあちゃんのところまで届けたい。どこの川岸で水を汲むのがいちばんいいだろうか。」

相変わらず、ことりとも音がしない。「じゃあ図に適当な経路を書き込んでごらん」。やっ、もぞもぞと生徒は動きだす。ポアロを机間交流(巡視)しながら生徒の推理を分析し始めた。



点Aから直線gに垂線を下ろしている生徒がいる。ふむ、gへの最短距離を考えたのだろうが、その後のことを考慮にいれていない。次に、光咲の前にいくと、彼女は点Bからgに垂線を引いている。彼女も同じだ。水を汲む前のことを考えていない。だが大半の生徒はもっと悪い。鉛筆を器用に人差し指の回りに回転させ、頬杖をついて目をボーッと図に落としている。こういう傾向は最近多くなった。生徒の学習意欲が低下したのではなく、ポアロは自分に対する期待が高くなったのだと思っている。

フランスの科学者モーペルティユが提唱した「最小作用の原理」<俗称モーペルティユの原理>というのがある。自然界は、最小の努力で最大の効果をあげようとするもので、無駄なことは極力さける傾向にある。簡単にいえば、自然はラクをしたがるということである。そしてそれは生徒にもいえることだ。生徒が考えようとしないのは、1分もたてば解答が用意されるからなのだ。ポアロがTSTを通して説明することを理解すればよいわけで、知恵を絞ることに無駄な労力は使いたくはない。彼らは問題状況を把握しようとしているだけで、推理しようとしてはいないのだ。その心情を頭脳明晰なポアロは薄々気づいてはいた。1時間の中で集中力をどれだけ維持できるかというのは難しい。ポアロは自分の解説に対して集中することを第一義と考えたから、多少のことは無視した。「最小作用の原理」をポアロは、自然は平均化(調和化)する傾向にあるものと解釈している。自然界で目立った行動は自然淘汰の餌食となるものである。平均化しながら自然はテンションを高めていくべきであり、生徒も強調歩調の中で理解しなければならない。そのためのTSTなのである。

「さあ、それではもう一度考えてみようか」。ポアロは何人かの生徒に「当て」、その誤りを正した。発想としては50%正しいことを褒め「おだてて」、ではどうすれば解決できるか「育てる」推理を始めた。

「直線gに関して点Aの対象点A'をとり、A'Bとgの交点をPとする……………」

……………よって、この点Pが勇登が水を汲む場所である。」

縷々盛らす事なく説明し、ポアロは推理を終え事件は大団圓を迎えた。ポアロは満足気に回想というまとめを話さず。そのとき、「先生、でもそれおかしい。」

声の方向に目を向けると光咲が口を尖らして抗議していた。

光咲は数学が得意ではない。だからポアロはできるだけ「当てて」、彼女の誤りを正し、推理の道筋から

外れることのないようにいつも配慮していた。今日の問題では、川までの最短距離を大半の生徒は点Aから考えたのに対し、彼女は点Bから引いていた。その誤りは点Aに対して正せば十分であるとの判断をポアロはしたのである。したがって、そんなことも理解できないかとポアロは失望感と同時にやや気色ばんだ。

「光咲、君の誤りは先程説明した、点Aから川の最短距離の発想と同じなのだよ。そのことが分からなかったのかな。」

もう、推理は終わったのだぞ。この後にトリックなどは用意されてはいない。ポアロは憤慨していたが、光咲は納得していない様子だ。

「先生、違うの。わたしが言いたいのは、ロバは背中にポリタンクを背負っているんだから、汲んだ後の距離が短いほどロバにとってはいいんじゃないのかということなの。」

……。ポアロは絶句した。そして、自分の過ちにやっと気づいた。

ポアロは、どこの川岸で汲むといちばんいいかと問いかけたのであって、それは必ずしも最短経路を要求することではない。時間の要素を加味すれば、最短時間でもいいわけで、さらにそれにポリタンクを背負ったことで、歩く時間が遅くなるロバのこと、その肉体的な疲労までも考慮すれば光咲の解答が間違いであるとはいえないのである。明らかに問題提示としては不備があったということになる。だが、ポアロが悟った過ちとはそれだけではない。光咲の推理は、ポアロの思考領域の外側にあったものであり、マニュアル論理化された彼の思考には、暖かく新鮮なものに映った。彼は「個々の才能の深遠さ」に触れ、そして驚愕したのである。

ポアロは生徒の習熟度をいつも自分の尺度で判断していたと思う。彼が「当てる」ときは、いつも、彼の推理から逸脱しないように生徒の知恵を方向修正してきた。彼が「おだてる」とき、それは彼の推理に近づいたことへの賛辞である。そして、彼が「育てる」ことは、思考がポアロのクローンとなるように知識を「刷り込む」ことであった。

生徒が考えることを放棄したのは、理解しているからではない。理解する必要がなかったからなのだ。たぶん、生徒は授業の中で理解したと思っていることを自分で咀嚼して消化しようとはしなかったはずだ。だから翌日になったらもう忘れてしまっている。ポアロの授業は続きのない単発ドラマなのである。



いったい、ポアロが編ませようとしたタペストリーは何だったのだろう。ポアロが図案を描いて、生徒がそれを織る。大量生産で作られた、下町の路地で1枚1,000円で売られているちっぽけなまがい物。「才を編む」なんてこちらの思い上がりであった。どんなタペストリーが編み上がるなんてきっと本人でさえ分からない。それだけ無限の可能性を秘めているものなのだ。

ポアロのTSTの失敗もそこにある。「当てる」とき、それは知識をポアロの知っているものに修正してやるべきであって、知恵まで修正すべきではないのだ。知識は鞭、知恵はアメ。知識は説得すること。知恵は納得させること。「モーペルティユのの原理」はそのバランスの中でラクをするのである。だが、ポアロは生徒の知恵まで知識に変えようとしていたのである。

全校数学推理コンテスト最下位。それは、生徒達のポアロへの無言の抵抗であったのだ（もちろん生徒達はそんなことは意識してないだろう）。

そんなことも気づかないで、ピョンピョンと教壇を飛び降りていた自分をポアロはピエロだと思った。おおーっ！。ポアロとピエロ、なんと似た響きなのだろう。思い上りという感情で膨らんだ風船玉に乗って一人おどけていたピエロ。これじゃホームズと変わらないじゃないか。

生徒達はみんな、ポアロの言葉を待っていた。真摯でクリアな光咲の眼差しがとても眩しく、尊く思えた。一呼吸おいて、ポアロは喋りだした。

「そうだね。光咲くん。先生、間違っていたみたいだ。問題を訂正しよう。」

ポアロは黒板の問題を「最も短い経路を求めよ。」と書き直し、さらに「ロバの問題」のロバを消して、ミサキと書いた。

「今日から最短経路の問題を、ミサキの問題と呼ぶことにしましょう。みんなミサキのこと、忘れないようにしましょう。」ポアロは自分にいい聞かせるようにいったのだが、生徒達はクスクスしだし、光咲も照れ笑いしていた。そして、授業終了のベルが鳴った。

「起立！、礼！」

ポアロは、深々と生徒に向かって頭を垂れた。



職員室に戻ると授業のなかったホームズがマーブル女史に熱心に話しかけている。パイプの煙は紫色の毒気となって、ホームズの言葉をよりいっそう嫌味なものとしているのだろうか、マーブル先生の表情は苦渋に歪んでいた。ポアロは、スタスタとホームズに歩みより、マーブル先生との間に入って言った。

「先生、先程の舟板の質問分かりましたよ。」

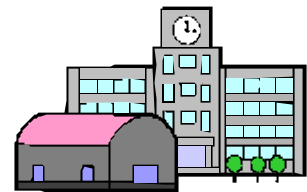
会話を邪魔されたホームズは、細めた目に、意地悪い光を湛えながら、吐き捨てるようにいった。

「ほう！、そうですか？。で、どうします。自分が助かりますか。それとも相手を助けますか」

ポアロの灰色の脳細胞が目の前の敵に向かって急速に回転し始めた。

「先生、そういうふうに制限された解答の中で考えるべきではないのですよ。最善の努力をすることを忘れちゃいけないのです。ふたりが替わり替わるに舟板につかまって、救助がくるまで待ってもいいんじゃないでしょうか。」

呆気にとられたホームズを尻目に、ポアロは口髭ほどに開いた笑みを、ミス・マーブルにおくった。



## 第3章 破壊の数学

### ——— 無限のトリック

S市中央図書館。ホームズの週末はきまってこの図書館で費やされる。

閲覧用のレザー張りの椅子にどっぷりと腰を下ろし、静かに目を閉じる。

微かなインクの乾いた臭いが鼻腔を攪り、張り詰めた空気が快い。何よりも

思考を蹂躪する電波がないのが嬉しい。館外では、携帯電話から発信される

精査されていない電波情報が交錯し、垂れ流しの汚物のように空間を

埋め尽くしている。所構わず鳴り出す着信音と妙な日本語を駆使し応える子達。

官能は過敏に反応して許容量を超え、耐えがたい苦痛となるのである。そんな騒音から遮断されたこの閉じた空間は彼に子宮の安





らぎを与え、焼き切れそうな神経を癒してくれるのだ。ただ、難があると言えば、煙草を吸えないことであるが。

ホームズは静かに目を開けて、周囲を見回した。うたた寝をするもの、読書をするもの、書籍を探すもの、この空間では誰もが目的を持って行動し、個々の分割された部分空間を尊重しあっている。ホームズはそれらの部分空間の特性を視線だけでプロファイリングしていく。手にとった書籍名とそれを追う人間の目の動きからその性格と人生の断片を読み取り、小説以上の背景を補いデータベース化する。彼の異常なまでの知的好奇心を満たす確実な対象がここにはある。

そして、何よりもこの空間から吸収可能な無限の情報は教師としての彼の存在そのものを支えていた。コンピュータから手軽に得られる情報を彼は信用することができない。誰もが検索できる電子情報は、それを流したものの意図や意思を必ずしも反映しているわけではない。ホームページ上で展開される仮想会議(バーチャル・コンファレンス)は、答えを期待しない一方通行の質疑であり、結論が見えない袋小路である。そんな無責任な言いたい放題のドロのようなデータに席卷されたネット社会に自己を委ねることなど断固としてできないのである。浸潤した情報には責任があり、価値あるものとして尊重されねばならない。生きたデータとは、人の表情や仕草、そして人が心を込めて著した書物から読み取り得られるものと信じて疑わない彼である。

ホームズは一息ついて、椅子から立ち上がった。いつもように「自然科学」の書架にある数学のコーナーに歩み寄り、先週からの書籍の変化や配置の微妙な違いをスキャンニングし始めた。書棚の上段から、2段目と目を移し、ある本のところで彼の目の動きは止まる。

「数学の美しさを体験しよう」...職場の同僚のポアロが敬愛するサージ・ラングの著書である。眼を落とし、一瞬の躊躇とほんの僅かな思考の空白の後、途切れた刻を繋ぐかのように伸びた右手は本を書棚から引き出していた。そして掌に乗った本のページを親指で弾くかのように押し出し、ページをペラペラとめくっていく。と、突然、彼の指が滑り、リズムは崩れてページの送りが停止した。リズムを壊した原因を探るため見開かれたページを見る。97ページ。



#### 幾何学と空間についての大きな諸問題

要約 数学をするというのは、数学の大問題を提起し、それらを解こうとすることである。

そして終局的にはそれらを解くことである。.....

次の文章を隠すように小さな紙片がページの間挟まっている。ホームズはそれを手に取り、2つ折りになっている紙を開いた。

教育成果は帰納的定義により証明できるでしょうか

Dr . P

ホームズは眼を細める。唇の端の筋肉が僅かに痙攣し、苦笑とも嘲笑とも取れる何とも形容し難い表情が一瞬浮かんだ。彼の脳裏に2日前の学校での出来事が蘇ってきた。



全校公開捜査。ポアロがかってにそう呼んでいる彼の公開授業にホームズは参加していた。

ホームズは苛立っていた。冷静沈着である彼には珍しく、泰然を自負しているだけに余計、苛立つ自分に対してもまた苛立っている。原因は眼前で授業をしているポアロである。

彼はポアロをある意味では評価していた。論理的、かつ柔軟なその思考は過去、幾多の生徒の挑戦を退け、輝かしい戦歴を残している。ポアロの数学的推論はホームズのそれと違って直感性に頼り過ぎている嫌いはあるが、視点と論点を見誤ることは少ない。数学でいうベクトルがはっきりと定まっているのだ。人物的評価はとにかく、数学指導者としては、ホームズが認める数少ない教師の一人であった。

ところが最近、ポアロのベクトルの向きは変わってしまったような気がする。厳密にいうと、変わったのはベクトルでなく、それを支える座標軸である。ホームズは基底そのものが微妙にずれて変化したと洞察した。

そのズレは、教育というキーワードが大きく関与していると考える。ポアロは問題解法の推論の過程に、教育を介入させたのである。その結果、結論を必ずしも要求しない解法が溢れ出し、ベクトルは放射線状に発散してしまった。

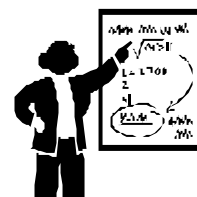
「生徒の数だけ答えがある」、そんなコマーシャルが最近流行っているが、初めてこのコマーシャルを見たときホームズは耳を疑った。数学においては答えは1つであり、唯一無二のものである。思考過程として幾つかはあるだろうが、あっても2, 3通りのものであろう。解法が定理や性質の積み重ねであるなら、当然の帰結として答えは得られるわけで、2つ以上存在するはずはないのである。ポアロがよく口にする犯罪捜査でいえば、犯人は一人ということだ。もちろん、数学以外の教科については、思考過程そのものを答えとするものもある。それとて、すべての生徒の解答を答えにってしまったら、指導する教師の解答もその一つに過ぎなり、教育秩序に混乱をきたす。教育論は、教育的配慮としては個々を育てる名目で尊重されるべきかもしれないが、実践の中では現場を仮想現実陥れてしまう危険性があるのだ。そしてその匂いをホームズはポアロに感じ取ったのである。

気になったホームズは「カルネアデスの舟板問題」で彼の真意を推し量ろうとしたことがある。しかし、かえてきた回答は、ホームズの予想だにしないものであった。

「海難事故で海に投げ出された2人が1人の重さにしか耐えられない板にしがみつくと、自分と相手のどちらが助かるべきか」、刑法における緊急避難の問題をホームズは教育現場に置き換えて心理学的に解釈した。問題解決を教師、生徒のどちらの側に立って指導すべきかということに対比させたのである。だが、ポアロの結論は、「立ち泳ぎをしながら交代して板に掴ればいい」というものであった。はたしてポアロはそれを現実的な打開策と考えたのだろうか。実際に立ち泳ぎをしながらどれだけ長い時間、2人は耐えることができるだろう。やがて2人の疲労は極限に達し、両名とも海底に沈んでいく姿を思い浮かべることは想像に難くない。結局は、いつ来るか分からない助けを待つなら、どちらか一人が助かるかという究極の選択を迫られることになるのである(そう、あの映画「タイタニック」でディカプリオが決断したように)。

ポアロの回答は一見は誰もが助かるような最善の解決策である錯覚を与えるが、現実逃避の最たるもので、正に、教育論が仮想現実を構築してしまったケースなのである。ホームズは失望した。ポアロが数学者なら2値論理を死守すべきだ。ポアロは数学者でも教育者でもない、教育数学者になっていた。

そんな思いを抱きながら参加した公開授業であったが、今日の授業のテーマが追い討ちをかけるようにホームズを不機嫌にした。



～ T S Tによる数学的帰納法の効果的指導について～

T S Tとはポアロ考案による三段教授法なる指導方法である。以前、何かの研究紀要に寄稿されたものを読んだことがあるが、おだてなだめすかず、甘やかしの教授法である。おだてりゃ豚も木に登るとも言おうか。生徒に媚を売るような指導にホームズは辟易した。

そんなホームズの気持ちを他所に、教壇ではポアロが数学的帰納法の導入を始めていた。

数学的帰納法は、ドミノ倒しのようなものです。

ときどきテレビの特番で高校生が合宿をしてギネスブックに挑戦しているだろう。

ドミノが倒れる原理は、ドミノをどうやって並べていくかということを考えてみればいい。

例えば100個のドミノが並んでいるとする。

そのとき101個めのドミノは、100個めのドミノを仮に倒したとしたら、

101個めが倒れるように並べればいい。

ここが大事なポイントだよ。

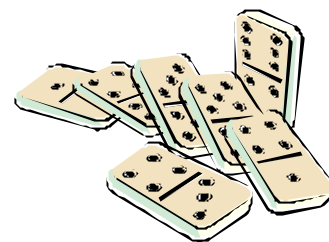
いいかい、けっして100個めのドミノは倒しちゃいけないんだ。

実際に倒したら、大ヒンシュクだよ。

倒すことを想像して慎重に次のドミノを並べていくんだ。

そしてすべて並べ終わったら、代表者が1番目のドミノをちょっと震えてる指で押すんだ。

そうすると……、



ホームズは思う。どうしてポアロはこんなに回りくどい説明をするのだろうか。数学的帰納法はアルゴリズムの一回路であり、それを実行するだけの単純作業である。知識獲得も単純な思考操作であろう。知を形成するメカニズムは単純だ。感覚情報はニューロンをケーブルとして、脳内の海馬という組織に送られ、記憶回路が形成される。貯蔵された記憶は刺激を受けることで、ネットワークを張って増殖し、データ化されて自己整理していく。したがって、いかに脳に刺激を与えるかが問題となる。そして刺激による脳のシワを増やすには、脳がキズを負えばいい。例えば眼から伝えられた視覚情報は、ギャバというニューロン間の連結組織で再構築されるが、ギャバで情報を増幅させるには、強い刺激は好ましくない。過度の刺激は徐々に脳を麻痺させるのである。むしろ、淡い刺激を少しずつ与え、なぞるように脳のシワを刻んでいくのである。

その方略(ストラテジー)として、彼は心理学的アプローチをすることがある。サブリミナル効果。意識されないレベルへの知覚攻撃は生体に無意識の理解を強要する。アメリカ、ニュージャージー州のあるドライブイン・シアターでのコカコーラ実験がこの効果を世に広めた。「ピクニック」という映画の上映中、観客に気づかれないように、「Drink Coke!」と書かれたフィルムカットを何枚か差し込んだところ、コーラの売上げが急激に伸びたというものである。潜在意識下での誘惑に個体は負けたことになる。この手法は、フリードキン監督の「エクソシスト」や奥山和由監督の「RANPO」などにも用いられていた。無意識の中の記憶といわれるこの効果を授業においてもホームズはときおり演出する。関係のない話や問題の合間に別の公式や解法をそれとなく滑りこませるのだ。何度も、何度も、深く、深く、繰り返す。それは意識の中の記憶(スプラリミナル)と無意識のそれ(サブリミナル)をレイヤーのように重ねていくようなものである。ホームズがその授業で要求しているのは実は刷り込まれた無意識の記憶の方なのである。

突然、耳障りな歌が、ホームズの黙思を切り裂いた。

定理という名の あなたを訪ねて  
次の $n$ へと また旅にでる  
 $n$ が1では 成り立つのだけれど  
一般の $n$ では 皆目分らない  
そういうときには .....



信じられないが、ポアロが歌っている。メロディはいずみたく作曲のフォークソング「希望」である。希望の替え歌で数学的帰納法の原理を歌ったものがあるとは知っていたが、まさかこの場で聞けるとは。それもポアロから。だが、この歌を知らない世代でも、ポアロの音程が酷く狂っているのは分かるだろう。まったく雑音にしか聞こえない歌唱力であり、とりわけ自身もバイオリンを弾くほど音楽に造詣の深いホームズには許すことのできないズレであった。

ホームズは熱烈なモーツアルティアンである。

モーツアルトの優美な古典派様式に見え隠れする洗練された対位法、神秘性の奥底に隠蔽された遊び心はホームズを魅了して止まない。中でも彼はレクイエムを愛した。k(ケツヘル)6 2 6番。モーツアルトの遺作である。生と死の狭間で書かれたこの曲は、第8章涙の日(ラクリモーサ)で彼の35年の命とともに途切れ、彼自身の鎮魂歌となった。

この曲には謎が多い。曲を依頼した灰色服の不気味な紳士は誰だったのか、モーツアルトは毒殺されたのではないか。当時は憶測が飛び交い、研究家がその謎に挑んだ(アカデミー作品賞を受賞した映画「アマデウス」は毒殺説をテーマとしていた)。また、遺族の願いであったレクイエムの完成にも多くの音楽家が取り組み、現在では5つの版が補作されている。特に、ホームズは、レヴィン版が好きである。以前、彼自身も未完の部分を補おうと思い、モーツアルトの性格、曲風、時代背景などから独自に曲を研究したことがある。彼の調査・分析にもっとも近かったのがレヴィン版であった。ほろ苦い死の匂いと曲に纏わりつく謎、推理のごとく拾い集めた音符の荘厳な響きにホームズの胸は躍るのである。

実はホームズにとって、レヴィンという名は別の思い入れがある。

学者K.レヴィン。ゲシュタルト心理学の権威である。

ゲシュタルト心理学者の観点は、個体を俯瞰することから始まる。「常に全体から考察せよ」がそのスタンスであり、知覚の単位を点刺激から形態(ゲシュタルト)へと拡張したのである(さらに環境へとその視野は広がっていく)。レヴィンは、生徒の態度や行動(B)は、内的因子である個体の人格(P)と外的因子である物理的な環境(E)の相互作用に依存し決定するとして、心理学的事態の関数で表現した。

$$B = f(P \cdot E)$$

これを「場の理論」という。

数学での問題解決に当てはめるなら、公式は、累積、多用する道具とみるのではなく、公式そのものが解法全体を表現しなければならない。幾何では、図形全体を場と考え、角度、辺、性質といった要素を有機的につなぎ構造特性とすることである。そのつなぎの働きが、例えば補助線なのである。

生徒を混乱させる試行錯誤学習に対して、場の理論は関係解明学習といえる。そしてそれは、数学的帰納法においては、演繹と帰納の違いといえるだろう。

「よい理論ほど役に立つものはない」、レヴィンの残したこの言葉は場の理論に対する絶対的な自信を物語っている。後に彼は位相幾何学を生活空間上で考察し、トポロジー心理学を作り上げた。数学を心理分析の基盤としたレヴィンの理論にホームズは強い共感を覚えるのである。

すでに授業は中盤に入っていた。ポアロは数学的帰納法の演習問題を黒板に書き出している。

ex)  $n$  を自然数とすると、 $7^n - 1$  は 6 で割り切れることを数学的帰納法で証明せよ。

なんて問題だ。ホームズは顔をしかめる。壇上のポアロがちらっとこちらを見たが、ホームズはそれを無視するように表情を崩さない。ポアロも何事もなかったかのように授業を進める。

では、 $n = k$  のとき、成立すると仮定して、 $n = k + 1$  で実際に成立することを証明しよう。

.....  
できたかな。

では、最後に  $n = 1$  で実際に成立することを確認してごらん。

そして、最後に、*Q. E. D* と書いて、解答を締めくくるんだ。

ところで、これは何の略だか分かるかな。

ポアロは生徒全体を見渡すが、明らかに特定の女子生徒に信号を送っているのが分かる。先生の視線を感じた生徒は、周りを気にしながら、それでもはっきりとした口調で答える。

「Question Endですか？」

ポアロは、ニンマリ笑う。唇に連動する八の字の口髭が嫌味に曲がり(彼は口髭が似合っていると思っているのだろうか)、得たり顔で話し出す。

そのとおりだ.....、と思ったら大間違いだ。

だって、クエスチョンは質問の意味だろ。

それだったら「質問終わり」になってしまう。

実はこれは、ラテン語「*Quod Erat Demonstrandum*」の単語の頭文字をとったものなんだ。

もちろん、証明終わりという意味だ。

こうやって書いて終わると、何か「解いたぞ」って実感が湧いてくるよな。

さあ、それじゃあ、そろそろ授業もこの辺で *Q. E. D* にしようか。

タイミングよくチャイムが鳴る。というより、時間を計算してのエンディングであろう。テーマを時間内に手際よくまとめる技量はさすがである。それだけに惜しいのである。

ホームズは生徒に続いて教室を退出しようとした。

「ホームズ先生」

背後からポアロの声が響いた。予期していた呼び止めである。おそらくポアロにとっても。

振り返ると、にこやかな表情を浮かべながら、ポアロは言葉を続けた。

「先生、ありがとうございます。何か感想があったらお聞かせ願えないでしょうか」

ホームズは感情を押し殺し、

「指導案にある T S T (Three Step Teaching) 理論がよく実践されていたと思いますよ」

と、素っ気無く返答する。ポアロの口髭がまた醜く曲がり笑いを湛えている。

「先生、授業中の先生の顔を見れば不満があるのがすぐ分かりましたよ。先生の率直なご意見をいただ

きたいのですが」

予想通りの反応である。ホームズはポアロの挑発に乗ることにした。

「まあ、敢えて言わせて貰えば、先生はどのようにして数学的帰納法の手順において、 $n=1$ の証明を最後にまわしたのですか」

ポアロは待ってましたと言わんばかりに間髪を容れずに答え始める。

「 $n=1$ から始めるのが普通なのでしょうけど、ドミノ倒しの原理として数学的帰納法を捉えるには、実際のアクションは最後にした方がいいと思うのです」

やっぱり、そう言うだろうな。ホームズはもう少し突っ込んでみることにした。

「数学的帰納法は、ペアノの公理系の第5公理を自然数に置き換えたものですよね。もっと簡単にいえば、自然数には最小数が存在するという最小原理から保証されるものなのだから、推論としては $n=1$ から出発すべきでしょう」

「でも、生徒は、数学的帰納法のアルゴリズムが知りたいわけですから、数学的視点より生活に密接した観点から教えてやるべきだと思うのですが」

シナリオ通りである。では、そろそろ。

「では、先生はどのようにして帰納法の例題を6の倍数を証明するような問題にしたのですか」

ポアロの顔に陰りが走ったのをホームズは見逃さなかった。

「おっしゃる意味がよく分からないのですが。なにか問題でもあるのですか」

「帰納とは、具体的な事象の共通法則性を推測することから仮説を立てることであり、その仮説が正しいことを証明するのが数学的帰納法ではないのですか。例えば、漸化式の帰納的定義から一般項を求めるような問題です。しかし、先生の提示した問題は、6の倍数という仮説の成立がすでに明らかになっていることの証明であるわけですからむしろ演繹法とみなすべきでしょう」

「だからといって、問題があるとは思えません。何度もいうように、生徒に理解して欲しいのは、数学的帰納法というオートメーション機械の操作です。先生は、どうしてそんなに原理に拘るのですか」

「拘っているのは先生の方では。私は実は数学的帰納法なんてどうだっていいと思っているのです。なぜなら数学的帰納法を無限回の三段論法(カット法)とみなせば、ゲンツェンの基本定理(カット消去定理)より、三段論法で証明できることは三段論法を使わなくても証明できることになってしまうのです。6の倍数にしても、もっと簡単な証明が幾つも考えられるでしょう」

「先生は、数学的帰納法は必要ないと」

「必要がないとはいいません。三段論法の原始的な例として、ツェノンの逆理の1つであるアキレスと亀の競争の話を考えてみてください。アキレスがどんなに速く走ろうとも亀にはけっして追いつけない無限のパラドックスに落ち込んでしまいます。数学的帰納法も、仮説を強調しすぎると、その仮説から仮説の証明を試みるというシステムの不完全さを印象付ける結果になるのです」

「確かにシミュレートである限りは、疑問と不安はあるでしょう。でも、最後に1番めの仮説の証明が示されるからこそ現実には引き戻され奇妙な感覚は払拭されるのでは」

「では、もっと具体的にお話しましょうか。先生の授業は、ドミノ倒しで導入を語り、帰納法の歌によるインパクトで操作の定着を試みた。ここまでに要した時間が28分間でした。その後の演習が17分で、残り5分がまとめだっと思います。問題は、この28分の導入なのです。この導入の時間に先生はTSTに基づいて、生徒と会話をしながら論理を組み立てていった。でもそれは結果として、個々の生徒と先生との相互理解(One-to-One)にしかっていない。生徒に定着したのは断片的な知識なのです」

「当てられた生徒だけが理解していたということですか。そんな馬鹿な」

「先生は、生徒の集中の臨界点をご存知ですか。今の生徒は13分でひとつの集中力がいったん焼き切れてしまう。それはテレビのコマーシャルによって習慣化された彼らのリズムであり、生理タイマーとしてすでに内蔵してしまっている。28分という時間は余りに長く、彼等は当てられていない時間に休息をとっているのです。実際、先生がある生徒との会話を楽しんでいるとき、8人の生徒はうわの空でした」

「そうであってもそれが数学的帰納法の不必要論とは関係ないでしょ」

「繰り返しますが、不必要ということではないのです。パラドックスを内包している原理にそれ程の時間をかける必要はないということです。例えばです。優性と劣性の固体を仕切つてある箱に右と左に別々に入れたとを考えてください。仕切りと取りはずすとどうなるでしょうか。時間の経過とともに固体は混ざり合つて均一化し、最小であったエントロピー、すなわち状態の無秩序さは増大し続けます。私には28分間でエントロピーがマックスに達してしまつたように感じたのです。」

「結局、先生が知りたいのは、T S Tには欠陥があるということなのですか」

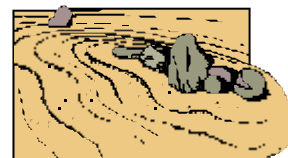
「T S T自体に問題があるかどうかは分かりません。ただ、私ならもっと単純に考えます」

ホームズは、黒板に歩みより、ポアロのT S Tを真似て、次のように書いた。

当てる	< A T E R U >
得る	< E R U >

ホームズは、黒板の方を向きながら、シナリオの最終ページを静かに語り始めた。

「知識習得には、理解より先に知ることが大切だと思います。使えるようにならなければ、演習にしる、疑似体験はできないものです。そのためには、生徒の意識が貪欲なうちにまず与えなければならぬ。それから与えたものを削ぎとっていくのです。」



小さい頃、砂山に棒を立て、少しずつ砂を削って誰が最初に倒すか競つたことはありませんか。棒倒しのように、砂を取り除いていく作業過程が個々の理解であり、取り除いた砂の量が理解の深さといえます。極論をいえば、理解とは数学を壊す過程に生じるエネルギーといえるでしょう。

でも、ポアロ先生のT S Tは知恵を積み重ねて知識を得ようとしている。まるで先の見えない帰納法のように。私には、壊す方がずいぶん楽のように思えるのですが」

ホームズは、議論を一方向的に終わらせてチョークをおき、ポアロを無視してドアへ向かった。

ポアロの声が追いかけてくる。

「帰納法が無数のパラドックスを含んでいるなら、それは無限の可能性を孕んでいるともいえるのではないのでしょうか。努力すれば得られるということです。数学を作り上げるために、ラング氏は“さあ数学しよう”といいました。数学は砂上の楼閣と違ってそう簡単に壊れはしませんよ」

図書館の空調が壊れているのだろうか、少し暑苦しい。

教育と数学は線分上の両端にある2点だと思う。2点間の距離によって、数学教育(あるいは教育数学)の色合いが決定する。ポアロは多分、線分上の教育側に近い領域の点にいたのだろう。だが、間違いなくその点は揺れ動いている。なぜなら、数学が完成された学問なのに対して、現場における教育はあまりに未完成であり、絶対的価値観など語れない。ポアロはそんな不安定な教育の上に仮説を積み上げようとしているのだ。

ホームズはペンを取り出して、紙片に書き込んでいった。

1は小さい数である  
 $n$ が小さい数なら $n+1$ も小さい数である  
したがって、数学的帰納法よりすべての数は小さい  
故に、教育が小さな成果の積み上げなら、  
それは完成することはない

Q. E. D

彼は小さく畳んだ紙片を、ページの間に元のように差し込み、本を閉じてから書棚に戻した。

そして何事もなかったかのように出口へと向かう。

自動ドアがスーッと開き、冷たい空気と喧騒が吹き込んできた。

ホームズは、エントロピーの増大したファジーな世界に身を委ねた。



## Monotone Vision

~ポアロの挑戦に至るひとつ考察

知る為への追求は混迷をとまなうことが多い。その捉え方が多面的であり多分にエゴの懐柔があるからだろうか。

例えば、感情面で『知る』ことは始まり(プロローグ)である。それは出会いに過ぎない。相手を『知る』ことは交流を意味する。そうして、幾多の接触、衝突が『理解する』ことを教え、やがて相手の気持ちが『分かる』ようになる。異性間の交流であればこれからさらに相手のことを『考える』ようになり、俄然色めきたってくる。そして、また新たに相手のことを『知る』局面が生まれてくるのである。

一方、理性面において『知る』ことは、究極(エピローグ)であろう。問題との対峙は『考える』ことから始まる。解決の為のプロセスを通して人間の思考は問題を幾つかの部分に『分ける』。個々の断片を分析しやがて『分かる』のである。そして分かったことを統合し『理解する』ようになる。理解.....understand、立って下をみること。これはアルピニストが頂上を征服したときの感慨である。自分の辿ってきた道を見下ろし「あ~、あんな道もあったんだ」、「あそこで迷ったんだ」、反省、感動、理解するのである。



しかし、これでけっして終わりなのではない。『理解する』ことは人間の脳に潤滑油を垂らしたただけだ。提示された問題は脳の片隅にぶら下がっている。これを潤滑油によって円滑に歯車を回転させ、脳の一部に組み入れる、その為に『知る』ことが必要なのである。

人は「 $1 + 1 = 2$ 」であることを、『考える』ことをしたり、『理解』したりしない。『知っている』のである。母国語を話す。もちろん、『知っている』から話せる。人間の頭脳は理解した外部からの知識を既知のこととしてその内部に蓄えていく。

故に『知る』ことは究極となるのだ。

ではどうすれば『知る』ことに到達できるのだろうか。その為には理解したあとのインパクト、所謂、事故による衝撃、致命的な後遺症のようなものを必要とする。その経験という積み重ねによって脳は傷を負うことで知識のシワを増やしていくのである。

『知る』ことは、未知(知らないこと)への憧れ。人間が『未知』を『知』に変える追求には量りしれない努力がともなう。が、いったん得た知識をこうまでなおざりにするのもまた人間だ。それ故、『知る』ことは『知識』と『知覚』の間で微妙に揺れているのである。

しかし、この両者の『知る』こと(すなわち、感情面における知覚と理性面における知識)が、言葉上の問題であるにしる、区別されるべきであろうか。問題を考えるときの悩みや、理解の喜びは感情面の発露であるし、人との交流において理性としての計算は誰もが働くものなのである。したがって、この両極の有機的なつながりをもっと強調されてしかるべきである。その融和が効果的になされたとき、それは例えば心象風景のように記憶とビジョンの流れの中で人の心に刻まれていく。この心象風景のスナップをもっとたくさん蓄え、ファイルをしていかなければならない。だが現状は、知識が苦痛の感覚の中で、強制的に詰め込まれ、五感を通しての行動は知識の反動として顕れてしまい、その素描は歪められてしまっている。我々は、もっと知覚をカメラのレンズとしてではなく、生きた眼球として扱うべきではないか。そのためにモノの見方ということが重要になってくるのである。

『よい目でみること』。フランス語では‘アヴェック・ボン・ヴー’。どの世界でもよい見方は要求される。退廃によって量産された文化と、よい目で培われた文明を通してその『見方』を感じることができる。

トケイヤーはその著書(『ユダヤ発想の脅威』だったろうか)の中で次のように分析している。

「神は人間に二つの目を与えた。一つの目は他人の長所を温かく見守る目であり、もうひとつは自分の欠点を厳しく見つめるそれである。この二つの目は調和し合っている」

すなわち、人間の両眼はたえずバランスをとりながら、知覚するのである。

顔の表情のなかにもそのことは如実に表れている。人間は、目で表情を語り、ものをいう。顔をよくみると左右の目がアンバランスに配置されていることに気がつく。一般には、左の目は優しさの表情を湛え、右はきつい印象を与える。その両眼の強さの度合いによってメンタルなシンメトリーを保っているのである。これが両眼とも同じものであったらどうであろう。能面を思い浮かべて欲しい。それは一種独特の表情をもっている。表情があまりに一方的過ぎてこちらから返すものがない。不気味ですらある。完璧なまでのシンメトリーは逆に不完全さを協調してしまい、その表情の解釈をみるものに委ねるのである。能面が表情のない顔に例えられる所以である。

優しさの目は、母なる懐の安らぎ(Mama factor)であり、厳しさの目は父なるこぶしの痛さ(Papa Factor)である。精神の安定はそれらが共存して支え合わなくてはならない。家族と同じである。こうした優しさは表情を維持するM.F(Maintenance Factor)であり、厳しさは意志を達成しようとするP.F(Performance Factor)である。これらの両極の機能が一つの殻の中で葛藤し調和を保とうとしている。が、そのバランスがくずれると人の顔は歪み、泣き、ほころび、笑い、感情が表面に突出してくる。その顔の表情の変化の

中に、時としてそれらのFactor が垣間見えるのである。

もちろん、これらのFactor は『知る』局面のなかでも機能する。心象風景におけるビジョンは思考を補助する(視覚補助)M・Fであり、その映像のエネルギーの中で『知る』ための理性P・Fが育まれていく。二つのFactor は衝突し、練られ、調和した段階で相乗効果的に記憶に組み込まれるのである。

人間の心は胸にあるのではなくもちろん頭の中にある。脳の後頭部にある神経細胞が視覚を受け持っている。目から伝えられた視覚情報はギャバなる神経と神経の中継点で一定のレベルに達し、ビジョンが選択されるのである。

このことをもう少し掘り下げて分析してみよう。

目の働きを三つに分類してみた。

記憶(input)

表情(output)

判断(integrated circuit)

記憶とは『眼』を意味するものである。その対象となるもののスペクトルは『眼』のレンズを通して直接脳に光を照射する。もちろんすべてを記憶するわけではなく無意識の領域における選択がある。デジャ・ヴ(既視感)という言葉がある。今、見ていることが、以前どこかで見たように感じることである。会話の途中で以前同じことをいったことがあるとか、風景を見ていて前に見たことがあるとか、誰もが一度は経験したことがあるに違いない。これはたぶん過去の断片的な記憶がギャバにおいて脳の選択に迫られ、歪曲された形で漏れ出るのである。このように、『眼』に触れる事物を漠然ととらえ記憶する働きが脳にある。

記憶が吸収なら の表情は発散である。目の表情をいった言葉は多い。『虚ろな目』、『濁った目』、『冷めた目』、『澄んだ目』……。心の動きに応じて虹彩はひとみの表情を繕っていく。その目の動きが人の装いを看破し、心の奥深くにある感情を吐露させるのである。

最後の 判断の目は意思である。『診る』、『観る』等に代表される。対象となるものを『見分けたり』、『見極めたり』するのである。『目を細め』、『目を怒らせ』、『目が笑い』、いつも判断の目は表情の目を伴い、反応していく。判断の目の本質はその奥に潜む『心眼』なのである。

そうして、これら三つの目はリズムと調和をもって対象物の分析にあたるのである。見ることは『眼』を通して判断し、その結果が『瞳』のなかに表情として現れる。『眼』は生きた『目』となり、記憶として心に組み込まれていく。

『よい目で見ること』はこの流れが正常に働くときであり、そのためにM・FやP・Fが必要とされる。『知識』においてはこのプロセスは、考える『困惑の目』、理解する『喜びの目』となり、理解へと近づき、目はその輝きを増していくのである。

さらに、別角度から『知る』ことを考えてみよう。客観性と主観性の立場からである。

土竜感という面白い言葉がある(増原良彦著 「あべこべの論理」)。人間の視点は設定される位置によって様々な認識に到達する。

例えば、鳥瞰的な立場。これは高い所から見下ろし眺めたときの視点である。前述したアルピニストの視野はこの立場に基づくものであろう。実はこれは日本人的な発想である。Understand を立って見下ろすと訳したが、実際の意味は“中に入って周りを見ること”である(師弟同行は教育学者フェスタロッチの唱えたものが、戦後の教育改革のなかで日本に受け入れられたものであり、日本では古くから“三步下がって師の影踏まず”の意識の方が普通であった)。この様に、中に入りながら対象と密接な間隔をとって認識に近づく方法を、虫観的な立場という。

どちらも一長一短はある。鳥瞰法は、全体的にみることはできるが細かい点は見落とし経験に欠ける。

虫観法は一つの分析には優れるが応用性が劣る。前者は教師的立場であり、後者は生徒的立場である。その認識の違いが、教壇という10cm足らずの高さを壁にしてしまう。生徒が提示された問題を狭い視野で悩み分析するのに対し、教師は当然のこととして幾つもの解答方法を生徒が解けることを期待して提示する。その立場が一方的であるから飛び上がれない生徒にとってはドロップアウトの要因となるのである。少なくとも地上に降りれる教師側が虫観的な立場で生徒の中に入る必要があるのだ。

さて、こうした、虫的、鳥的な視野に対してさらに地面に潜った見方を増原氏は考える。それが土竜(モグラ)感という立場である。これは例えば星座を見上げるようなものと氏は説明する。本来は銀河系から星座を語らなければならないものを人間は自分に都合のいいように、自分の目で見渡すことができるような位置から星を仰ぎ観るのである。

自分の顔のなかに仮にホクロがあったとして、その位置が自分にとって右の頬にあると認識しても他人が顔を見るときには左の頬と判断してしまう。土竜感は鏡像の世界の視野なのである。実は、この主観的な見方が我々の認識の大半を占めている。ところがこれが心象風景の場では俯瞰的な風景の中に自分をおいていることがしばしばある。心は自然に主客を入れ替え最良の状態を生み出す。この変換の過程が重要なのであり、心象風景をいろいろな観点から見るできるようになったとき、初めて『知る』ことができるのではないだろうか。

学問の本質は経験、体験である。しかし、今の生徒は机と椅子に縛られ、学問の多くは暗記にその主流が移ってしまっている。だから、模倣はできるが着想、発想の貧弱な生徒が増えてくる。どんな視野にも生徒個々人がもっているイメージがあり、けっしてそれは破壊されるべきではない。彼らの心象風景はいつしか他人の風景に侵され、自分で夢見ることができなくなってしまう。色彩豊かな夢は教育の養分であったはずだ。

安野光雅氏は数学に造詣の深い画家である。氏の描く幼児向けの絵本、文章は何と想像力、生命力に満ち溢れていることだろうか。既知の概念を自分の目で捉え、その風景を絵として表すことの出来る力は技量というより心の豊かさであると思う。そしてこれは幼い頃、誰もが心に蓄えていたものであったが、いつの間にか知識の強制は、ギャバのような知覚神経さえも擦り減らし、色彩パターンを枯渇させていってしまった。

いま、生徒から奪い取った、かつてのビジョンをもう一度復元し、小さな種子を心に植え付けてやるべきではないのだろうか。

未来に咲く花はけっしてモノトーンではないはずである。

## あとがき

ポアロ完結編です。

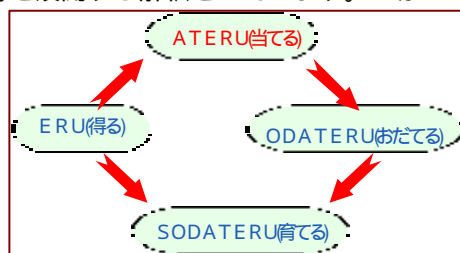
この小説はもともとは、ある研究レポートのあとがきとして書いたものなのですが、いつのまにか独立した一つの教育論として発表することになってしまいました。その後、ネット上で「数学と教育」の距離を論議する問題が生じ、それを受ける形で第2章が執筆されたのですが、不用意にもその発表の場で第3章を計画しているといってしまったために、引くに引かれず、5年の歳月を経て完結編をまとめるハメになりました(5年もかかって執筆したわけではなく、なにせ性格がルーズでいい加減なものですから、書くぞ!という強い意志が……。実はモノトーン・ビジョンから考えると20年経ってしまいました。その間に4つの学校に勤務し、それぞれの職場で結果としては1編ずつ書いたこととなります)。なお、この辺の経緯については、第1章・第2章のあとがきとして書いたものを載せましたので、ご参考ください。

さて、第3章は、ホームズの目を通して語られています。しかしホームズが主人公というわけではありません。主演はやはりポアロに設定してあります。ポアロの人物像・理念を第3者がみたらどうかということで、対極にあるようなキャラクターの目を通して話を進めたかったのです。結果、執筆側も随分ホームズの教育観に影響を受けてしまいました(書き始めはそんなことは考えてもいなかったのですが)。たぶん、第2章で登場したマーブルの視点で書いたらまた違った教育論が見えてくるかもしれません(あっ、書きませんよ、第4章は……)。要は、それだけ教育は不安定(不完全ではありません)なものだということなのです。まあ、その対象が人間なのだから、人間が人間を分析するという自己矛盾(パラドックス)を抱える以上、当然なのかもしれません。

ところで、ホームズの教育と数学のスタンスは、みなさんはどうお考えでしょうか。文中ではホームズがポアロについては教育寄りであると指摘しますが、自身については語りません。実は、ホームズも教育により近い立場にあるといえます。文中、ポアロの公開授業においてもホームズが思索している内容は教育論そのものなのです。このように、お互い近い立場にしながら対極に位置しているのは、教育は直線的な土台で判断すべきではなく、平面的(多面的)に議論する必要があることを意味します。不安定であると前述した理由はそこにあるのです。例えば、本文のT S Tについては、

ERU(得る)   ATERU(当てる)   ODATERU(おだてる)   SODATERU(育てる)

と、A T E R U から出発し、ポアロとホームズは両極方向に指導を展開する解釈をしています。しかしこれを平面的に考えるならば、右表のように、「当てる」ことから「得る」ことを最終目標に設定することも可能となり、ホームズとポアロの教育論はずいぶん近づくことになります。



ひょっとしたら、同僚であるミス・マーブルならば喧嘩ばかりをしている二人の仲をとりもとうとして、このような発想をするかもしれません(あっ、書きませんよ、第4章は)。もっと

も、ポアロは納得するでしょうが、ホームズはさらに結論が冗長に過ぎると文句はいうでしょう。そして間にはいったマーブルは、ホームズに理解してもらうために空間的思考にまで広げて解釈をし、そのうちにホームズを妙に意識するようになり……(あっ、書きませんよ、第4章は)。

これは視覚認識でいえばモノトーン・ビジョンにおける、虫観、鳥瞰ということになります。では土竜感はというと、精神面の内的空間の世界です。そしてこの空間の中にきっと、教育を安定化させる要素が存在しているでしょう。

それは、ごくありふれた、誰もが知っている、そして持っている、単純なモノなのかもしれません。

## 【第1章あとがき】

推理小説と数学を比較してその解法論を、と企てて話を進めているうちに、とんでもない方向へと展開してしまいました。でも、「分かる」ということは、教育の永遠のテーマでしょうから、これはこれで良かったと思います。なお、方向がずれてしまったために触れられなくなった、多面的思考に関してひとつ。

刑法の緊急避難の問題に、「カルネアデスの舟板」というのがあります。これは、船が難破して、二人の乗組員が海に投げ出されたとします。二人は必死でちょうど流れてきた小さな板につかまろうとしますが、二人でつかむと板はその重さに耐えきれず沈んでしまいます。結局、二人は板の奪合いをして、一人が助かり、一人が溺れ死ぬということになります。この場合、助かった人は、殺人をしたことになりませんが、これを刑法では、緊急避難といって、無罪とみなします。

ところで、この話を聞いていた子供が次のようなことをいったそうです。

「可笑しいの。ふたりが交替で、立ち泳ぎをしたら、二人とも助かるのに」

こういう発想、大事にできたらと思います。

1992.1.10

## 【第2章あとがき】

この後、ポアロの授業がうまくいっているわけではけっしてありません。教育とは解決されない問題なのであり、解決されることはきっと教育の死を意味するのでしょうか。この文章を書いたわたしでさえ、ポアロに対する反論は山ほどあります。常に矛盾と問題を抱え、生徒と対峙し悩んでいます。教育を実践するそれぞれの環境においては何が正しいのかその判断は、その中で苦悩する個々の教師に委ねられます。教師はもっと教育を見ることに慎重であらねばならないのでしょうか。

こんな言葉があります。

「花を見ている。花も見ている。」

花を生徒に置き換えて下さい。

1995.8.31

## 【第1・2章総括的あとがき】

このレポートは未完成です。第1章、第2章に続いて最終章としての第3章を考えていたのですが、ちょっとした事情で今回発表させていただくことにしました。

もともと本レポートは、各章とも独立した形で過去に発表したものです。第1章は、平面幾何に関するレポートのあとがきを幾何と推理小説とを比較しながらまとめようとしていたとき、文章を打っているうちに思わぬ方向に話が進んでしまい、それならばということで、別レポートとして発表しました。したがって、第1章の途中から急にポアロなる架空の教師が主人公として登場し、ポアロの呟きで物語が展開します。しかし、当初予定していた話から外れてしまったため、消化不良で終わる結果となりました。

そこで、それを補うために第2章が書かれました。「カルネアデスの舟板」を例に挙げて、教育というものは実に不安定でかつ流動的なものであるかを投げかけてみました。人間の心が不変でない以上、教育やその価値も不変であるとは思えないのです。なお、この章では新しく2人の架空の教師が登場します。かなり個性的なキャラクターであるため、これで終わらせるのはもったいなくなり、第3章を書く予定でしたのです。おおかたの粗筋は考えてあるため、そのうち手が空いたらゆっくりと書こうと悠長に構えていたのですが、このレポートがどう評価されるか反応を見たい衝動に駆られる事件?が起きました。

数実研のホームページ「数学のいずみ」に載っている「Shadow Line」の問題が、メーリングリスト「mathedu」において問題提起として公開されたのですが、予想を上回る多くの人達の意見や質問が飛出してきました。空間や人間関係を超えて、メディアを媒介とした新しい研究討論が生まれたのです。バーチャル・コンファレンス(架空会議)と言われるこの新しい会議形態は、今後、私達の数実研の研究にも大きな影響を与えていくことでしょう。

さて、このmatheduでの意見交換の中味については、早苗先生によるレポート発表をみていただきましたのですが、ここで参加している方々が、いろいろな立場、方面の人達であることが面白いのです。もちろん数学関係者ではあるのですが、

《数学者》

《教育者》

この、数学と教育の間の様々な人達の討論は、とても興味あるものでした。私達の研究会は、立場にしろかなり等質のメンバーにより成立していることは異論のないことでしょう。したがって、レポート発表も「暗黙のyes」で意見がまとめられてしまうことってどうしてもあるかと思います。共通理解という長所の反面、それはよどみを生み、研究会の活性化が失われる危険性につながります。そういう危惧を日頃感じていたこともあり、このmatheduでの討論は、衝撃的なものでありました。

今回の問題についていうと、2円の交点を通る直線の存在性から始まり、やがては、教育論にまで発展してしまいます。「受験数学」とその「弊害」、我々が日常現場で悩んでいることが、違う立場の人から語られることは新鮮であり、嬉しいものでした。

ところで、私達のレポートは、生徒という対象がある以上、「数学教育者」という観点で書かれることが多いかと思いますが、それがかえって私達の研究内容を狭めてしまっているようにこのmatheduでの討論を通して感じたのです。

もっと数学と教育の間の幅がある研究があってもよいのでは。

それが、本レポートを未完成の段階で発表する理由です。このレポートは、思いっきり教育の側に傾いている内容となっています。「数学のいずみ」が、他階層の人達を将来的にターゲットにし、広く教育に携わる人達、そうでない人達にも意見を求めていこうとするならば、こんなレポートがあったっていいのではないかと思うのです。この物語の中でポアロがとる行動は、理解が得られるのでしょうか。それとも非難されるのでしょうか。そう考えると楽しくもあります。第3章の構想は既にできあがっていると前述しましたが、このレポートに対する意見によってはその内容は変わってしまうかもしれません。

あなたはどんな意見をお持ちですか。

どうぞ、ポアロを育ててください。

1998.7.14