

小論文の記述ポイントによる解法の見方

札幌旭丘高校 中村文則

- ・課題の要求に正確に答える
- ・自分なりの意見(主題)をはっきり述べる
- ・意見の根拠を正確に示す
- ・筋道を立てて分かり易く展開する

上述の4つの観点は、小論文記述の実践ポイントである。これを次の5つのステップでまとめていく。

設問を読む

資料を読む

構想を練る

構成する

表現する

小論文は、「問われている事柄に対し、一つの言いたい事(主張)があって、読み手である第三者を客観的、論理的に説得するために書かれた文章」である。

- ・小論文の問いは、読んで、課題の意図を読み取り、課題の条件を確認し、課題の要求を推し量る。
- ・小論文の資料は、設問との関連、接続に注意しながら時系列的に読み取り分析する。
- ・小論文の構想は、設問、資料から論理的、発展的に意見や考えを深め、絞り込み固めていく。
- ・小論文の構成は、構想に基づき資料、条件を用い具体的かつ簡潔に筋道を立てて流れを決める。
- ・小論文の表現は、流れに沿って論拠を示し、段落分けをしながら分かり易い文章でまとめる。

このようなフォーマットに留意しながらまとめていくと、そこそこの小論文は書けるものである。

ここで「小論文」を「数学の記述問題」に読み替えてみる。すると上述のポイントは数学の解答にも当てはまってしまう。数学の問題資料とは、グラフ、図、そして小問である。数学の記述問題の解答は、これを用いて「設問に対し、一つの解法があり、出題者である第三者が客観的、論理的に理解できるように書かれた」文章である。小論文は文の性質を文字で語るのに対し、数学は数の性質を数字や式で語るだけであり、日本語、英語と同じように数学語という言語による解釈であることに違いはない。

ところで文章を読み解きそしてまとめるには、どんなことに留意するだろうか。

- ・マーカーを用意し、大事な箇所は色分けして引く。
- ・強調する単語や箇所は下線を引いたり矩形で囲ったりする。
- ・文章で表現し難いことは図を挿入して説明する。
- ・読みやすい文章にするために婉曲的な表現、修辞は極力避け、平易な文章で簡潔にまとめる。
- ・文章全体の体裁は、段落(インデント)を設け、構成が見やすいように心掛ける。

こういった作業は数学の解答にも必要であろう。

設問で「実数 a について」とあったらマーカーを引く。数学の問題の要求はエッセンスだけで語られることが多く、不必要な文言、条件は何一つないものであり必ず解答の中で1度は使われる。それを忘れず後に確認できるようにマーカーを引くのである。数学の解答は、場合分けが多いから、①②③…といった記号で項目ごとに分ける。インデントは大事である。字下げをすることで解法が見やすくなり、論拠の筋道が浮き出る。

解法のポイントとなる結果が示されたときは、下線、囲みをつけて強調する。

計算は自明の部分は省略し最小限にまとめ、解法の道筋を損なうことがないようにする。

結論は自分の考えがはっきりと示すために、字体、大きさ、下線等で強調し、最後に「答」「Q.E.D」といったもので結ぶ。

これらのことは、第三者だけではなく解答者にとっても重要なことである。

仕上がった解答の見直し、解法の道筋が分からなくなったときの確認などは文章が整理されていれば誤りに気付いたり、見えなかった論理が開けたりする。逆に、乱雑な言葉のつながりのない解法は、解答者自身も分からなくなり、1と7、3と8といった自分の書いた数字を見間違えたりもする。自分でも読めないのだから第三者にとっては苦痛以外の何物でもない。

大学入試の二次試験の大半は記述問題であるから限られた解答スペースに解法を手際よくまとめるためには、数学の理解と併せて文章作法も必要とする。しっかりとした文章作法のコツを身に付けければ、条件の見落としもなくなり論拠も見えてきて、そこそこの解答は作れるものなのである。

さらに数学ではその論拠を示すために、論拠を読み取る力も必要である。そこで「君はオレオレ詐欺に引っ掛かっていないか？」と題して、誤った論拠で示された誤答を以下に掲載した。

誤りを理解することが、本質の理解を深めることになる。

君はオレオレ詐欺に引っ掛かっていないか？（新卒の詐欺に対処するために）

《オレ1》

a, b は、方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解である。 a, b の値を求めよ。

【解答】 2次方程式の解と係数の関係より、 $a + b = -a \cdots ①$ 、 $ab = b \cdots ②$ ここで①より、 $b = -2a$ である。
②に代入すると、 $-2a^2 + 2a = 0$ これを解いて $a = 1, 0$ ①から、 $(a, b) = (1, -2), (0, 0)$ 答

5点/10点

《オレ2》

n は正の整数として、 $f(n) = n^2 + 3n + 6$ を $n + 1$ で割った余りを求めよ。

【解答】 $f(n) = (n + 1)(n + 2) + 4$ 以上より、余りは4 答

2点/10点

《オレ3》

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ が $(x - a)(x - 1)$ で割り切れるように、定数 a, b の値を求めよ。

【解答】 因数定理を用いて、 $f(a) = 0$ より、 $ab - 2 = 0 \cdots ①$ $f(1) = 0$ より、 $b = a + 1 \cdots ②$
②を①に代入 $a^2 + a - 2 = 0$ より、 $a = -2, 1$ 以上より、 $(a, b) = (-2, -1), (1, 2)$ 答

7点/10点

《オレ4》

$a^2 - bc = 0 \cdots ①$ $b^2 - ca = 0 \cdots ②$ $c^2 - ab = 0 \cdots ③$ が成り立つとき $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ の値を求めよ。

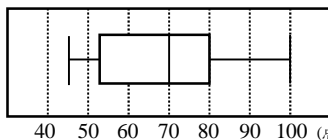
【解答】 $(① + ② + ③) \times 2$ より、 $2(a^2 + b^2 + c^2) - 2(ab + bc + ca) = 0$ 変形して、 $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$
よって、 $a - b = b - c = c - a = 0$ これから $a = b = c$ 以上より、 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$ 答

5点/10点

《オレ5》

右の箱ひげ図は33人の生徒の数学の得点の分布を示したものである。
70点台の得点の人数を求めよ。

【解答】 生徒数が33人より中央値(第2四分位数)の70点の生徒がおり、70点以上の生徒数は17人である。また、第3四分位数は80点であるから80点以上の生徒数は8人である。以上より、 $17 - 8 = 9$ 人 答



1点/10点

《オレ6》

男6人、女4人の10人から女子を含むように3人選ぶ場合の数を求めよ。

【解答】 女子1人をまず選び、残り9人から2人選ぶと必ず女子の人数は1人以上である。

$${}_4C_1 \times {}_9C_2 = 4 \times \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} = 144 \text{ (通り)} \quad \text{答}$$

0点/10点

《オレ7》

放物線 $y = x^2 + a \cdots ①$ と円 $x^2 + y^2 = 4 \cdots ②$ が接するとき、 a の値を求めよ。

【解答】 ①より、 $x^2 = y - a$ であるから、②に代入して整理すると、 $y^2 + y - (a + 4) = 0$

判別式を D とすると、 $D = 1 + 4(a + 4) = 4a + 17$ $D = 0$ より、 $a = -\frac{17}{4}$ 答

3点/10点

《オレ8》

2つの円 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ $C_2: x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$ の交点を通る直線の方程式を求めよ。

【解答】 2つの円の交点を通る直線は、 $x^2 + y^2 - 1 + k(x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9) = 0$ と表すことができる。
 $k = -1$ のとき、直線を表すからこれが求める直線である。以上より、 $3x + 4y - 5 = 0$ 答

3点/10点

《オレ9》

空間に3点 $O(0, 0, 0)$, $A(2, -1, 3)$, $B(1, 0, 2)$ がある。線分 AB 上に点 P があるとき、 $|\overline{OP}|$ の最小値を求めよ。

【解答】 $\overline{OP} = (1 - t)\overline{OA} + t\overline{OB}$ とおける。 $\overline{OP} = (1 - t)(2, -1, 3) + t(1, 0, 2) = (2 - t, -1 + t, 3 - t)$

$$|\overline{OP}|^2 = (2 - t)^2 + (-1 + t)^2 + (3 - t)^2 = 3t^2 - 12t + 14 = 3(t - 2)^2 + 2 \text{ 以上より } t = 2 \text{ のとき最小値 } \sqrt{2} \quad \text{答}$$

6点/10点

《オレ10》

4点 $A(3, 2, 1)$, $B(-1, -1, 0)$, $C(-3, 1, 2)$, $D(4, -6, k)$ について、直線 AB と直線 CD が直交するように定数 k を定めよ。

【解答】 $\overline{AB} = (-4, -3, -1)$, $\overline{CD} = (7, -7, k - 2)$ である。 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ であるから、 $\overline{AB} \cdot \overline{CD} = 0$

これより、 $-4 \times 7 + (-3) \times (-7) + (-1)(k - 2) = 0$ これを解いて、 $k = -5$ 答

5点/10点

《オレ11》

$\int_a^x (x - t)f(t)dt = x^4 - 2x^2 + 1$ であるとき、関数 $f(x)$ と a の値を求めよ。

【解答】 $x \int_a^x f(t)dt - \int_a^x tf(t)dt = x^4 - 2x^2 + 1$ より両辺を x で微分する。

$$\int_a^x f(t)dt + xf(x) - xf(x) = 4x^3 - 4x \text{ よって、} \int_a^x f(t)dt = 4x^3 - 4x \cdots ①$$

①の両辺を x で微分すると、 $f(x) = 12x^2 - 4$ また①の両辺に $x = a$ を代入すると、

$$4a^3 - 4a = 0 \text{ より、} a(a - 1)(a + 1) = 0 \text{ 以上より、} a = -1, 0, 1 \quad \text{答}$$

5点/10点