

2018年8月4日（土）

見せかけ（マニュアル墨守）？
論理コミュニケーションどうなる？

第106回数学教育実践研究会 兼 第23回夏季セミナー

数実研会員 安田 富久一

論理コミュニケーション：心配

穴埋め問題しかさせない、

生徒の良いところを見つけて褒めて伸ばすことしかしない、

そればかりの教育をしたためなのだろうか？

学生に問題を提示し解答を書かせると、

式を羅列しただけの答案や、

おまじな呪いのように数学用語を書いている答案が多い。

論理コミュニケーション能力の低下が気にかかる。

① x, y が実数のとき、

$$(4 + 3i)x + (2 - 5i)y = 6 + 11i$$

となる x, y を求めよ。

【 解答 】

$4 + 3i, 2 - 5i$ はともに実数なので、

$$4x + 2y = 6, 3x - 5y = 11 \quad \dots\dots\dots$$

《 えっ！ $4 + 3i$: 実数？ 》

② $z = 1 + i$ について、 $|z|$ 及び $\arg(z)$ を求めよ。

【 解答 】

$$|z| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

ところで、 z を極形式で表すと、

$$z = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\therefore \arg(z) = \frac{\pi}{4}$$

《 えっ！ 極形式表示はどうやって求めた？ 》

③ 次の複素数を極形式で表せ

(i) $1 + i$

(ii) $-\sqrt{3} + i$

(iii) 1

(iv) i

【 解答 】

(i) $1 + i = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$

(ii) $-\sqrt{3} + i = 2 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$

(iii) $1 = \cos 0^\circ + i \sin 0^\circ$

(iv) $i = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$

《 (iii) の問題だけ、偏角が度数？ 》

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \{(x + 1)e^{3x-1}\}' \\ &= e^{3x-1} + (x + 1) \cdot 3e^{3x-1} \\ &= \{1 + 3(x + 1)\} e^{3x-1} \end{aligned}$$

《 $1 + 3(x + 1)$ で止めるの! 》

⑤ $y = -x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 1$ について、
増減表を書きグラフを描け。

【 解答 】

$$\begin{aligned} y &= -x^4 + 4x^3 - 4x^2 + 1 \\ &= -4x^3 + 12x^2 - 8x \dots\dots\dots \end{aligned}$$

《 私の頭の中では微分したんです？ 》

$$\begin{aligned} \textcircled{6} \quad & \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 3x + 1}}{x + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4 - \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 + \frac{2}{x}} \\ &= \pm 2 \end{aligned}$$

《 確かに

$\sqrt{A^2}$ は $\pm A$ のどちらか不明やけど? 》

⑦ $\sin x = \frac{3}{5}$ $\left(\frac{\pi}{2} < x < \pi \right)$ のとき、 $\cos x$ を求めよ。

【 解答 】

$$\cos 2x = 1 - \left(\frac{3}{5} \right)^2 = \frac{16}{25}$$

$$\therefore \cos x = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

但し、 x は第2象限の角なので、 $\cos x < 0$ 。

$$\therefore \cos x = -\frac{4}{5}$$

《 一度断言しておきながら、後で『実は・・・』なんて、最近のニュースでよく見るような！ 》

⑧ 無限等比級数 $2 + 3 + \frac{9}{2} + \dots$ の和を求めよ。

【 解答 】

初項 $a = 2$ 、公比 $r = \frac{3}{2}$ 。

$|r| = \frac{3}{2} < 1$ なので、和を持つ。

$$\text{和} = \frac{a}{1-r} = \frac{2}{1-\frac{3}{2}} = -4$$

《 $\frac{3}{2} < 1$? & 正の数の和が負の数に？

変だと思ってくれ！ 》

⑨ 無限等比級数 $3 - 2 + \frac{4}{3} + \dots$ の和を求めよ。

【 解答 】

初項 $a = 3$ 、公比 $r = -\frac{2}{3}$ 。

$|r| < 1$ なので、和を持つ。

$$\text{和} = \frac{a}{1 - r} = \frac{3}{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{9}{5}$$

《 絶対値が負の数 ?
部分点やるべきか ? 》