

第 108 回数学教育実践研究会

思い込みの危険例

レポート

平成 31 年 1 月 26 日 (土)

ニッセイMKビル

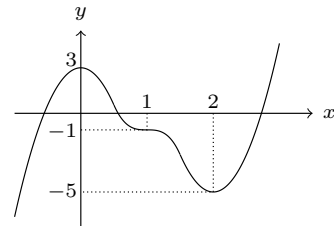
数実研会員 安田富久一

思い込みの怖い話し

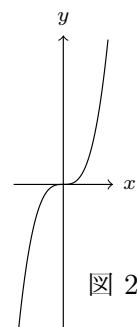
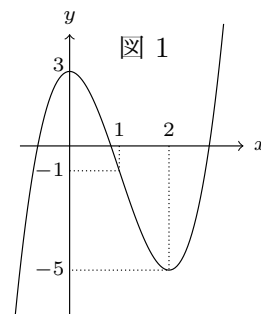
今年度の演習の時間に遭遇した実例を紹介する。

【 高校の先生が仰ってました!! 】

次の左の問題を、右の解答のように答えている学生がいた。

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|--|-----|-----|----|-----|----|-----|---|-----|------|---|---|---|---|---|---|---|-------|---|---|---|---|---|---|---|-----|---|---|---|----|---|----|---|
| <p style="text-align: center;">問題</p> <p>$y = 2x^3 - 6x^2 + 3$ について、増減、凹凸を調べ（増減表を作成すること）、極値・変曲点を答え、グラフを描け。</p> | <p style="text-align: center;">学生の解答（微分計算・極値等の答え省略）</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>x</td><td>...</td><td>0</td><td>...</td><td>1</td><td>...</td><td>2</td><td>...</td> </tr> <tr> <td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td> </tr> <tr> <td>y''</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td><td>↗</td><td>3</td><td>↘</td><td>-1</td><td>↘</td><td>-5</td><td>↗</td> </tr> </table> <div style="text-align: right; margin-top: 10px;">  </div> | x | ... | 0 | ... | 1 | ... | 2 | ... | y' | + | 0 | - | - | - | 0 | + | y'' | - | - | - | 0 | + | + | + | y | ↗ | 3 | ↘ | -1 | ↘ | -5 | ↗ |
| x | ... | 0 | ... | 1 | ... | 2 | ... | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y' | + | 0 | - | - | - | 0 | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y'' | - | - | - | 0 | + | + | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | ↗ | 3 | ↘ | -1 | ↘ | -5 | ↗ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

- <私> 増減表、極値、変曲点、合うてるけど、グラフ変曲点の近辺で間違ってるで。
- <学生> えっ。何処がですか。
- <私> 増減表通り描いたらそんな風にならへんやろ。
- <学生> 間違っていますか。
- <私> 増減表に $x < 1$ でグラフは上に凸、と矢印で描いてるなあ。そやのに、描いたあるグラフ $x = 1$ のすぐ左は下に凸になってるで。変やろ。
- <学生> でも、実際そんな風にしか描けません。
- <私> そんなことないやろ。（右図 1 を描いて見せ）
こうやって描いたらええやないか。
- <学生> 先生、それ変曲点 $(1, -1)$ の所でグラフが平になってません。
- <私> 平になんかならへんやろ、この場合。
- <学生> でも、高校の先生が
「変曲点ではグラフは平になる」と仰ってました。
- <私> グラフ平になるんやったら、そこで接線の傾き 0 になるはずやなあ。増減表見ても $x = 1$ のとき $y' < 0$ で 0 になってへんで。また、 $y' = 0$ になるところ $x = 0, 2$ の所しかなかったんやろ。そやから、平になるはずないやないか。ちゃうか？！
- （右図 2 を描きながら）
- その先生、 $y = x^3$ のグラフの説明したとき、原点は変曲点になって、平になる、と説明したんちゃうかあ。
- そのときの印象が強かったんで、変曲点はどんな場合でも平になる、いうて覚えてしもたんやないかなあ。
- <学生> 問題と同じ感じのグラフで、僕は図 1 のように平に描かなかったら × にされ、訂正されました。



【一人じゃなかった】

別のクラスでも同じ間違いをしている学生が2人いた。

同じやりとりになった。同じ間違いで、同じ回答「先生がそう言っていた」があった

【間違っって覚え込んだのは？】その原因は以下のどれかだと考えられる

- (1) 「変曲点ではグラフは平になる (x 軸と平行な接線を持つ)」とその先生が本当に信じている。
- (2) 先生の話しを何人かの生徒だけが単に誤解して受け取った。
- (3) 先生は誤解していないが、先生の授業での伝え方が誤解を生じる教え方であった。
- (4) 発達障害的なことが作用してこのような現象が起こった。

【留意】

この学生達が同じ高校出身かどうかは調べていない。しかし、複数学生が“高校の先生からそう言われた”と言っている。

実際にそう思い込んでいる先生がいたり、生徒が勘違いを起こしやすい説明をしている先生が自分の学校にいるかもしれない。誤解が生徒達に生じないようにするために、犯人捜しをすることなく、うまく各学校で処理されると良いと思う。

【余談】

本レポート作成途中、学生の解答の枠内の間違いグラフを描く際、簡単な数学の問題を自分で作って解いた。教材作りという視点での参考になるのではないかと思い、もう一つのレポート「教材は自分の中にある」として紹介する。

解決したいことを数学の問題に焼き直し、その数学の問題を解くことで解決を図る（解決したいことが数学以外の場合、数学化と呼ぶようだ。レポート「教材は自分の中にある」は、数学化のための基本練習という視点でのレポートとして紹介したい）。