

平成31年1月26日（土）

教材は自分の中に

第108回数学教育実践研究会

数実研会員 安田 富久一

＜問題作りの動機＞

学生が描いた間違いのグラフを、どうやって表示するか？

TEXの中に図形を描画するパッケージ tikzpicture がある。

正しいグラフは $2x^3 - 6x^2 + 3$ と指定すれば綺麗に描いてくれる。

問題は誤答のグラフをどうするか。

誤答の部分だけ空白印刷し、フリーハンドで描き、人数分コピー？

折角綺麗な TEX と tikzpicture があるのに勿体ない、

- 時間節約という点では、前者：空白にして手書きが優る
- 綺麗な出来映えでは、後者：時間かかっても tikzpicture でする

『学生のために後者を選ぶ』 と言うとカッコいいが、自分が後者でやってみたい（数学で遊びたい）から後者を選んだ

<問題>

増減表が

x	...	0	...	1	...	2	...	3	...	4	...
y'	+	0	-	-	-	0	-	-	-	0	+
y''	-	-	-	0	+	0	-	0	+	0	+
y	↗	3	↘		↘	-1	↘		↘	-5	↗

となる関数 $y = F(x)$ を一つ示せ。

- $F(1), F(3)$ の値は好きな値を与えてよい
- そのため、増減表では空欄にしてある

<問題 1>

上記問題を、次のような $f(x), g(x), h(x)$ 見つけることで答えよ。

$$F(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq 1) \\ g(x) & (1 < x < 3) \\ h(x) & (3 \leq x) \end{cases}$$

<問題 2>

問題 1 を、

$f(x), h(x)$ は2次関数、

$g(x)$ は3次関数

として見つけることで答えよ。

<問題 3> 問題 2 を、次のようにして解け。

$$f(x) = a_0x^2 + a_1x + a_2$$

$$g(x) = b_0x^3 + b_1x^2 + b_2x + b_3$$

$$h(x) = c_0x^2 + c_1x + c_2$$

とおき、以下の条件を満たすような定数

$a_0, a_1, a_2; b_0, b_1, b_2, b_3; c_0, c_1, c_2$ を一組求めよ。

- (1) 実数全体で、 $F(x)$ は微分可能であり、 $F'(x)$ は連続である。
- (2) $F(x)$ の極大値は 3 ($x = 0$ のとき)、極小値は -5 ($x = 4$ のとき)
- (3) $g(x)$ は単調減少関数である。
- (4) 点 $(2, -1)$ は変曲点であり、
この点における $y = F(x)$ の接線の傾きは 0 である。