

第 114 回数学教育実践研究会

注意深さを育成する問題

レポート

令和 2 年 8 月 29 日 (土)  
オンライン Zoom 会議

数実研会員 安田富久一

## 《注意深さを育成する問題》

注意することが疎かであったり、またきっちりチェックすることが習慣になっていないために発生しているのではないかと、思える事件・事故をニュースで見るのが多くなっている気がする。

きっちり、しっかり、注意しないと間違えてしまう問題を作ってみた。

次の問題、特段難しいわけではない。しかし、問題(ii)で問題(i)の  $x = \frac{\pi}{2}$  の場合と同じ値を解答した学生が多かった。

数学そのものの注意としては、 $\lim$  と 無限和： $\sum$  の順序交換が可能かどうか、という大切な問題になるが、高校生に対しては、指定されている計算順にやることの大切さを指導できる教材の一つではないかと思ひ（数学を離れていえば、使用法注意書き・用法・用量・・・をしっかり守る態度・姿勢を育成する教材と思ひ）、紹介します。

### 【問題】

$0 \leq x < 2\pi$  とする。次の無限級数 (1) を考える。

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{\infty} \cos x \sin^{2k-2} x \\ &= \cos x + \cos x \sin^2 x + \cos x \sin^4 x + \cdots \end{aligned} \quad (1)$$

(i)  $x = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}$  のとき、無限級数 (1) の値を求めよ。

(ii)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( \sum_{k=1}^{\infty} \cos x \sin^{2k-2} x \right)$  の値を求めよ。

(iii) (1) が和を持つかどうか判定し、和を持つ場合はその和を求めよ。

【略解】 (1) は初項： $\cos x$ 、公比： $\sin^2 x$  の無限等比級数。

$$(i) \quad \sum_{k=1}^{\infty} \cos x \sin^{2k-2} x = \begin{cases} 0 & (x = \frac{\pi}{2} \text{ のとき}) \\ 2 & (x = \frac{\pi}{3} \text{ のとき}) \end{cases}$$

$$(ii) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( \sum_{k=1}^{\infty} \cos x \sin^{2k-2} x \right) : \text{発散}$$

(iii) 無限級数 (1) は和を持ち、

$$\sum_{k=1}^{\infty} \cos x \sin^{2k-2} x = \begin{cases} 0 & (x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \text{ のとき}) \\ \frac{1}{\cos x} & (x \neq \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \text{ のとき}) \end{cases}$$