

北数教 “第 99 回数学教育実践研究会”

いつも同じ動径

レポート

平成 28 年 11 月 26 日 (土)

アスティ 4 5 ビル 1 6 階 ACU

千歳科学技術大学 安田富久一

【 いつも同じ動径 】

大学で文部科学省が進めるAPの数学の問題作成をしている。この問題作りの中で偶然見つけた事実を、問題形式で紹介する。

【 問題 】

$n$  を自然数として、角の大きさが  $(10^n)^\circ$  の動径を考える。この動径と同じ位置になる  $0^\circ$  以上  $360^\circ$  未満の角度を  $(a_n)^\circ$  とする。このとき、一般項  $a_n$  を求めよ。

【 解答 】

$$a_1 = 10 \quad , \quad a_2 = 100 \quad , \quad a_n = 280 \quad (n \geq 3) \text{ である。}$$

$n \geq 3$  のときについて正しいことを帰納法で示す。

(1)  $10^3 = 1000 = 360 \times 2 + 280$  より  $a_3 = 280$  なので、 $n = 3$  のとき成り立つ。

(2)  $a_n = 280$  とすると、 $10^n = 360m + 280$  となる整数  $m$  が存在する。

$$10^{n+1} = 10(360m + 280) = 3600m + 2800 = 360(10m + 7) + 280$$

であり、 $10m + 7$  は整数なので、 $a_{n+1} = 280$  となり、 $n + 1$  のときも成り立つ

以上、数学的帰納法より正しいことが示された。