

【基礎力チェック】

- 【1】 次の各表の式は、元々左辺の式だけがあったのを、左辺を変形して右辺にしたものである。右辺に変形して正しいと認められるものには を、間違っているものには を記入して答えよ。(但し、 a, b は実数とする)

<例> 例えば問題の式が $a = a^2 \times \frac{1}{a}$ とする。
 このとき $a = 0$ であれば右辺のように変形できないため、
 解答欄には “ ” を記入する。

	式	答
1	$ a = -a $	
4	$ a^2 = a^2$	
7	$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$	

	式	答
2	$ -a = a$	
5	$\sqrt{a^2} = a$	
8	$\log(ab) = \log a + \log b$	

	式	答
3	$ a ^2 = a^2$	
6	$\sqrt{a^2} = a$	
9	$\log a + \log b = \log(ab)$	

- 【2】 次の各表の記述の真偽を判定し、真なら を、偽なら を、真だと思うが自信がない場合は 、偽だと思うが反例が思い浮かばない場合は を記入せよ。(但し、分数や割り算があれば、分母や割る数は0ではないとする。また、具体的な式で関数を示してある場合は、定義域はその式が意味を持つ一番広い集合を定義域とする。具体的な式で書いていない場合はその限りではなく、一般論として考えること)

	記述	答
1	有理数 \pm 有理数 = 有理数	
3	有理数 \times 有理数 = 有理数	
5	有理数 \div 有理数 = 有理数	
7	有理数 \times 無理数 = 無理数	

	記述	答
2	無理数 \pm 無理数 = 無理数	
4	無理数 \times 無理数 = 無理数	
6	無理数 \div 無理数 = 無理数	
8	無理数 \div 有理数 = 無理数	

	記述	答
9	数列 $\{a_n\}$ の各項は全て有理数であり、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$ を持つなら、 α は有理数。	
10	数列 $\{a_n\}$ の各項は全て無理数であり、極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$ を持つなら、 α は無理数。	
11	$y = \frac{1}{x}$ は連続関数である。	
12	$f'(x) = 0$ であれば、関数 $f(x)$ は定数関数である。	
13	どんな大きさの角も、定規とコンパスで3等分できる。	
14	5次方程式の解の公式はない。	

- 【3】 授業中に机間巡視をしていたら、隣同士の席にいる A 君、B 君、C 君が数学の問題について、次のような話しをしていた。それに対して、教師であるあなたはどのように二人の生徒に対応するか述べなさい。(解答中の式番号は会話の流れを示すために便宜上付けたものであり、A 君が書いていたというわけではない)

< 問題 >

方程式 $3^{\log_3(x-2)^2} + 2\log_9(x-2) = (x-1)(x-3)$ を解け。

< A 君の解答 >

$$3^{\log_3(x-2)^2} + 2\log_9(x-2) = (x-2)^2 + 2\log_9(x-2) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \therefore 2\log_9(x-2) &= (x-1)(x-3) - (x-2)^2 \\ &= -1 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\therefore \log_9(x-2) = -\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$x-2 = 9^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\therefore x = \frac{7}{3} \quad (5)$$

< B 君の意見 > いつもながら A 君、凄いカッコええ解答やん。(1) なんかをよう覚えてんのんが感心するわ。そう思わへんか、C 君。

< C 君の反応 >

そうやなあ、俺も凄い思うわ。そやけど、解答の書き方ちょっとまずいんちゃうのん。(1) やけど、ちょっと説明不足や思うで。どうやってそれになることわかったか、自分の考えた課程を書くべきやで。(1) は次のように書いとくべきちゃうか： $3^{\log_3(x-2)^2} = y$ とおいて、この両辺に \log_3 をとると $\log_3(x-2)^2 = \log_3 y$ になるので、

$$y = (x-2)^2 \therefore 3^{\log_3(x-2)^2} = (x-2)^2$$

< B 君 >

そう言われたらそうやなあ。それに、もういっぺんよう見てみたら、次のことも気になるなあ。先生よう授業でも言うたはったやん。対数の問題解くときは、一番始めにちゃんと真数条件書かなあかんて。

$$(x-2)^2 > 0, x-2 > 0 \therefore x > 2$$

と書いとかな減点されるで。ほんで、方程式の解が(5)で求まった後に、“(これは $x > 2$ を満たしている)”というコメントを付けとかならんなあ。

解答として完璧やないにしても、A 君の解答はカッコええで。俺やったら、左辺の二つの対数の底がちゃうから、第 2 項の底 9 を底の変換公式使うて 3 にしてるわ。この問題、それせんでもでけるいうのんを見抜いた A 君はやっぱし凄いなあ！