

暗算で何曜日かわかる“カレンダーの数学”

北海道留萌高等学校 木村 尚士

第61回数学教育実践研究会

日時：平成19年6月2日土曜日

場所：北海道大学 情報教育館 3F スタジオ型多目的中講義室

はじめに

この「暗算で何曜日かわかる“カレンダーの数学”」では、西暦何年何月何日が何曜日なのかを、暗算で手早く求める方法について紹介しています。ここで紹介する方法は、一種のソフトウェアのようなものだと思ってください。ただし、ソフトウェアといってもパソコンで使うものではありません。ハードウェアはあなたの頭脳です。曜日を求めるために必要なごく僅かの情報を、あなたの脳にインストールすれば、コンピューターや計算機どころか、計算用紙や筆記用具がなくても、暗算で何曜日なのかを簡単に求めることができるという、大変便利なソフトウェアです。頭の中で図形（手のひらと指の形）を作り、複数ある数字と数字、曜日と曜日の位置関係をイメージすることで求めます。複雑な計算は一切いりません。ある程度の予備知識と成り立つ法則を身につけてもらえば、誰でも簡単に求められます。カレンダーがなくても曜日がわかるばかりでなく、遠い昔の日付の曜日や、とてつもなく未来のカレンダーまで、その全てがあなたのイメージする手のひらの上に映し出され、曜日を求められるようになります。

この方法を、本校定時制課程における高校数学の科目である「数学基礎」の授業において実際に取り扱い、想像以上に学習効果を上げることが出来ました。特に印象的だったのは、7で割る割り算のできない子どもでも、この方法を使えばしっかり理解し、正しく求めることができたことです。この事からも、名前に「数学」と付いていても、内容は決して難しくないものであることが、わかっていただけたと思います。どうか数学教育に携わる方に留まらず、一人でも多くの方々に、この「暗算で何曜日かわかる“カレンダーの数学”」に興味をもってもらい、曜日を求める楽しさを存分に味わい体験してもらい、更にそれをお仕事や家庭、趣味などの実生活上で活用し、お役立ていただければこのうえない喜びであります。どうか途中で飽きてしまうことなく、最後までお付き合いください。

本原稿の構成について

本稿では、以下のように学習内容を大きく [A] ～ [C] の3つに分けています。

- [A] 元日が何曜日かわかっている年において○月○日が何曜日かを求める。
- [B] 西暦1901年～2100年（20世紀と21世紀）において、その年の元日が何曜日かを求める。
- [C] 西暦1901年～2100年（20世紀と21世紀）以外の年において、その年の元日が何曜日かを求める。

[A] だけの学習でも、その年の元日の曜日さえ覚えていれば、1年間のカレンダーは全て暗算で求めることができます。また [A] と [B] まで学習すれば、1901年元日から2100年2月28日までのカレンダーを全て暗算で求めることができます。

また [C] では、現在使われている暦であるグレゴリオ暦が世界で最初に導入された 1582 年 10 月 15 日以降について取り扱い、さらにそれ以前のユリウス暦については 1201 年元日が月曜日であることを用いて、[B] で扱うのと同様の方法で求めることができることを紹介しています。最後の [D] では、グレゴリオ暦導入の経緯について資料をまとめました。

目 次

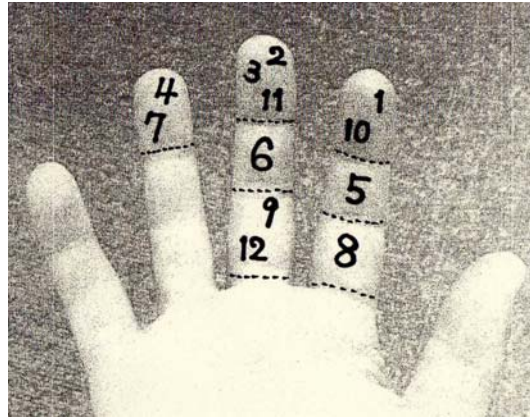
[付録]	これだけ覚えれば（脳にインストールすれば）求められる	
付録 A-1	同じ月の 1、8、15、22、29 日は同じ場所（同じ曜日）	4
付録 A-2	1 月～12 月の各月の 1 日の場所	4
付録 A-3	閏年の 3 月以降のみ、計算結果の翌日の曜日を答える（曜日加算 + 1）	4
付録 B-1	1901 年～2100 年における人差し指に現れる月曜日	4
付録 B-2	1901 年～2100 年において常に成り立つ規則性	5
付録 C-1	1901 年～2100 年以外における曜日加算表	5
[A]	元日が何曜日かわかっている年の〇月〇日が何曜日かを求める方法	
A-(1)	右手の人差し指の先を元日として時の流れを意識する	6
A-(2)	同じ年の中の各月の 1 日の場所を覚えて活用する	7
A-(3)	その年が閏年のときに行う処理について	9
A-(4)	練習問題 A	10
[B]	与えられた西暦（20 世紀と 21 世紀）の元日が何曜日かを求める方法	
B-(1)	左手の人差し指に 2001 年を置いて時の流れを意識する	11
B-(2)	「元日・曜日対応表」における規則性とそれらを利用した実践例について	12
B-(3)	練習問題 B	19
[C]	20 世紀と 21 世紀以外の西暦の元日が何曜日かを求める方法	
C-(1)	20 世紀と 21 世紀以外の年では「曜日加算表」を利用する	21
C-(2)	ユリウス暦における処理方法について	23
C-(3)	練習問題 C	25
[D]	グレゴリオ暦についての基礎知識を学ぶ	
D-(1)	グレゴリオ暦導入の経緯について	26
	練習問題の解答	28

[付録] これだけ覚えれば（脳にインストールすれば）求められる

付録A-1 同じ月の中では、1日、8日、15日、22日、29日は同じ場所、すなわち同じ曜日である。

1・8・15・22・29日は同じ曜日

付録A-2 1月～12月の各月の1日の場所は下のようになる。



付録A-3 閏年の3月以降のみ、計算結果の翌日の曜日を答える（曜日加算+1）。

付録B-1 1901年～2100年（20世紀と21世紀）における人差し指に現れる月曜日（閏年の翌年で元日が月曜日の年）は下のようになる。

- ☆ 1917年（大正6年）……………ロシア革命
- ☆ 1945年（昭和20年）………終戦
- ☆ 1973年（昭和48年）………オイルショック
- ☆ 2001年（平成13年）………同時多発テロ
- 2029年（平成41年）
- 2057年（平成69年）
- 2085年（平成97年）

※) 上記は必ず28年ごとに現れている。
また、特に☆の西暦は必ず覚える。

付録B-2 1901年～2100年（20世紀と21世紀）において、常に次のような規則性を利用することができる。

$x \notin 4\mathbb{N}$ （すなわち x 年が閏年でない） $\Rightarrow f(x+1) \equiv f(x) + 1 \pmod{7}$
 閏年でない年の翌年は、必ずその年の翌日の曜日になっている。

$x \in 4\mathbb{N}$ （すなわち x 年が閏年） $\Rightarrow f(x+1) \equiv f(x) + 2 \pmod{7}$
 閏年（小指にある年）の翌年は、必ずその年の翌々日の曜日になっている。

$$\star f(x+28) \equiv f(x-28) \equiv f(x) \pmod{7}$$

どの年も、28年後や28年前は、必ずその年と同じ曜日になっている。

$$\star f(x+12) \equiv f(x-16) \equiv f(x) + 1 \pmod{7}$$

$$f(x-12) \equiv f(x+16) \equiv f(x) - 1 \pmod{7}$$

どの年も、12年後や16年前は、必ずその年の翌日の曜日で、
 12年前や16年後は、必ずその年の前日の曜日になっている。

$$f(x+24) \equiv f(x-4) \equiv f(x) + 2 \pmod{7}$$

$$f(x-24) \equiv f(x+4) \equiv f(x) - 2 \pmod{7}$$

どの年も、24年後や4年前は、必ずその年の翌々日の曜日で、
 24年前や4年後は、必ずその年の前々日の曜日になっている。

$$f(x+100) \equiv f(x) - 1 \pmod{7}$$

$$\star f(x-100) \equiv f(x) + 1 \pmod{7}$$

どの年も、100年後は、必ずその年の前日の曜日で、
 100年前は、必ずその年の翌日の曜日になっている。

※) 一般に p 年後と p 年前は互いに符号ちがいとなる。特に☆については必ず覚える。

付録C-1 1901年～2100年（20世紀と21世紀）以外の年の元日の曜日を求めるときは、上の「付録B-1」「付録B-2」により求めた結果に、次の曜日加算表にあげた数字を加算して曜日を答えればよい。

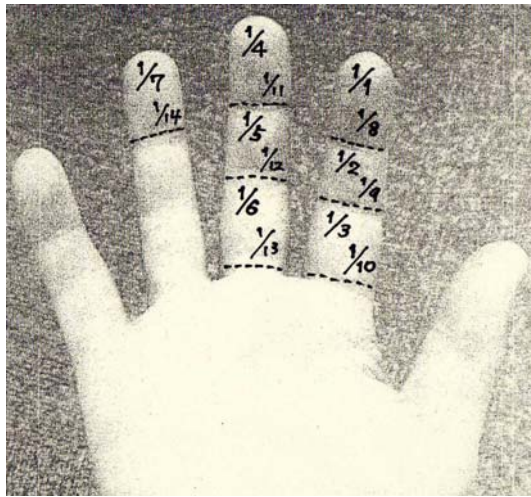
曜日加算表

世紀	16世紀	17世紀	18世紀	19世紀	20世紀	21世紀	22世紀	23世紀
西暦	1501(1582~)	1701	1801	1901	2101	2201	2301	2401
	~	~	~	~	~	~	~	~
	1700	1800	1900	2100	2200	2300	2400	2500
加算	+3	+2	+1	±0	-1	-2	-3	-4

[A] 元日が何曜日かわかっている年の、〇月〇日が何曜日かを求める方法

A-(1) 右手の人差し指の先を元日として時の流れを意識する

求めたい年の元日が何曜日であっても、つねにその年の元日を、右手の人差し指の先に置きます。そして、指の節に区切りを入れ、人差し指に三カ所、中指も三カ所、薬指は一カ所の合計七カ所を使用します（下の〔図1-1〕を参照）。1日を指一節分として、元日から初めてこの七カ所を繰り返しまわるように、時の流れを〔図1-1〕のように定めます。すると、1月1日と1月8日が同じ場所（すなわち同じ曜日）であることがわかります。同様に、1月15日、1月22日、1月29日もすべて同じ場所（同じ曜日）になります。この、1、8、15、22、29日が同じ曜日であることを、この1月の例に限らず、全ての月で同様に使用しますので、必ず覚えてください。



〔図1-1〕

1/7	1/4	1/1
1/14	1/11	1/8
	1/5	1/2
	1/12	1/9
	1/6	1/3
	1/13	1/10

〔図1-1〕

例題 A1 元日が水曜日の年において、1月25日が何曜日なのかを求めてみましょう。

解答例) 元日が水曜日であるから、七カ所の曜日はそれぞれ下の〔図1-2〕のようになっています。また、1、8、15、22、29日のうち、25日に一番近いのは22日であるから、〔図1-1〕の中の1月1日を1月22日として、下の〔図1-3〕をイメージし、先ほどの〔図1-2〕と重ね合わせて対応させることで、1月25日が土曜日であることがわかります。

火	土	水
	日	木
	月	金

〔図1-2〕

1/28	1/25	1/22
	1/26	1/23
	1/27	1/24

〔図1-3〕

例題 A2 元日が日曜日の年において、1月14日が何曜日になるかを求めてみましょう。

解答例) 1, 8, 15, 22, 29日のうち、14日に一番近いのは15日であるから、下の〔図1-4〕と〔図1-5〕を重ね合わせて対応させることで、1月14日が土曜日であることがわかります。

1/14		1/15
		1/16
		⋮

〔図1-4〕

土	水	日
	木	月
	金	火

〔図1-5〕

A-(2) 同じ年の中の各月の1日の場所を覚えて活用する

下の〔図1-6〕を見てもわかるように、1月31日の翌日が2月1日であることから、2月1日は中指の先にあることがわかります。同様に3月1日や4月1日も、下の〔図1-7〕のように、七カ所のうちのどの場所にあるかを求めることができます。ただし、扱っているこの年は閏年でないものとします。(閏年の場合の計算方法については『A-(3) その年が閏年のときに行う処理について』で説明します。)

	2/1	1/29
	⋮	1/30
		1/31

〔図1-6〕

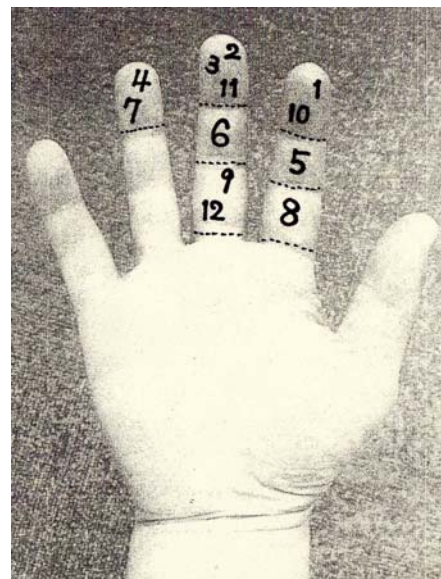
2/25	2/22 3/1	2/26	4/1	3/29	
	2/23	2/27		3/30	
	2/24	2/28		3/31	

〔図1-7〕

このようにして、1月1日から12月1日まで、各月の1日の場所を求めてまとめたのが次の〔図1-8〕になります。

	4	3	2	1
7		11		10
		6		5
			9	
		12		8

〔図1-8〕



この〔図1-8〕にある、1月～12月までの各月の1日の場所を、必ず覚えてください。この〔図1-8〕を覚えれば、1年間のカレンダーを全て覚えたのと同じ事になります。覚えやすくするために、以下①～⑦にその特徴をまとめておきます。

- ① 3の倍数の月は、全て中指に並んでいる。
- ② 2月と3月は同じ中指の先で、11月も同じ中指の先である。
- ③ 1月と10月は同じ人差し指の先である。
- ④ 4月と7月は同じ薬指の先である。
- ⑤ 9月と12月は同じ中指の一番下である。
- ⑥ 5月は、6月の右隣り（隣の人差し指）である。
- ⑦ 8月は、9月の右隣り（隣の人差し指）である。

〔図1-8〕を覚えたら、もう一度1月～12月までの場所を、1月から順番に、親指で押さえながら、何度か復習して慣れてください。では、これらを利用した例題を紹介しましょう。

例題 A3 元日が金曜日の年において、7月11日が何曜日なのかを求めてみましょう。

解答例) 1, 8, 15, 22, 29日のうち、11日に一番近いのは8日であるから、7月1日の場所を7月8日とし、下の〔図1-9〕と〔図1-10〕を重ね合わせて対応させることで、7月11日が日曜日であることがわかります。

7/8	∴	7/9
		7/10
	∴	7/11

〔図1-9〕

	∴	金
		土
		日

〔図1-10〕

例題 A4 元日が火曜日の年において、11月20日が何曜日なのかを求めてみましょう。

解答例) 1, 8, 15, 22, 29日のうち、20日に一番近いのは22日であるから、11月1日の場所を11月22日とし、下の〔図1-11〕と〔図1-12〕を重ね合わせて対応させることで、11月20日が水曜日であることがわかります。

	11/22	∴
	∴	11/20
		11/21

〔図1-11〕

		火
		水
		∴

〔図1-12〕

以上のように、1月～12月までの各月の1日の場所を活用することで、その年の元日の曜日さえわかっているならば、その年のカレンダーはすべて右手の上に現れてくることになります。

A-3) その年が閏年のときに行う処理について

曜日を求めようとする年が、閏年のときは2月を29日までであると考えるので、1月～2月の計算方法については閏年でないときと同様ですが、3月～12月については、2月29日が増えた分、求めた計算結果(曜日)の翌日の曜日(たとえば「月」なら「火」、「火」なら「水」、…、「日」なら「月」)が正しい答えになります。簡単に例題をやってみましょう。

例題 A5 元日が木曜日の年(ただし、閏年)において、1月27日が何曜日なのかを求めましょう。

解答例) 1月～2月であるから、閏年でないときと同様に、下の〔図1-13〕と〔図1-14〕を重ね合わせて対応させることで、1月27日は火曜日であるとしてかまいません。

1/28		1/29
	⋮	⋮
	1/27	

〔図1-13〕

水	日	木
	月	金
	火	土

〔図1-14〕

例題 A6 元日が木曜日の年(ただし、閏年)において、3月27日が何曜日なのかを求めましょう。

解答例) 3月～12月であるから、下の〔図1-15〕と〔図1-16〕を重ね合わせて対応させ、3月27日が金曜日と出たので、その翌日の曜日の土曜日が答えになります。

	3/29	⋮
	⋮	3/27
		3/28

〔図1-15〕

水	日	木
	月	金
	火	土

〔図1-16〕

以上のように、閏年では、1月と2月については、閏年でないときと同様に求め、3月以降については、求めた計算結果（曜日）の翌日の曜日を答えることとなります。このように、翌日の曜日を答えることを「曜日加算+1」と呼ぶことにします。この「曜日加算」という操作は、後述Cでも別な場面で使うこととなりますので、Cの学習を希望されている方は覚えておいてください。

以上『A-(1)~A-(3)』を利用することで、元日の曜日さえわかっているならば、その年が閏年の場合、閏年でない場合、それぞれの場合において、その日が何曜日なのかを求めることができます。次の練習問題で試してみてください。

A-(4) 練習問題A

(解答は28ページ)

問題1 元日が土曜日のとき、次の日は何曜日かを求めよ。ただし、閏年でないとする。

- (1) 2月19日 (2) 3月3日 (3) 4月13日

- (4) 5月23日 (5) 6月7日 (6) 7月5日

問題2 元日が月曜日のとき、次の日は何曜日かを求めよ。ただし、閏年でないとする。

- (1) 8月29日 (2) 9月15日 (3) 10月4日

- (4) 11月18日 (5) 12月6日 (6) 12月21日

問題3 元日が水曜日のとき、次の日は何曜日になるか。ただし、閏年とする。

- (1) 1月7日 (2) 2月11日 (3) 3月2日

- (4) 4月28日 (5) 5月5日 (6) 6月16日

問題4 元日が日曜日のとき、次の日は何曜日になるか。ただし、閏年とする。

- (1) 2月26日 (2) 8月4日 (3) 9月24日

- (4) 10月9日 (5) 11月26日 (6) 12月5日

ここまでの [A] の学習で、元日が何曜日でその年が閏年かそうでないかさえ分かれば、その年の曜日はすべて求められることになりました。そこで次の [B] では、西暦何年の元日が何曜日なのか。また、その年は閏年なのか、そうでないのかを求める方法について、考えていきましょう。

[B] 与えられた西暦(20世紀と21世紀)の元日が何曜日かを求める方法

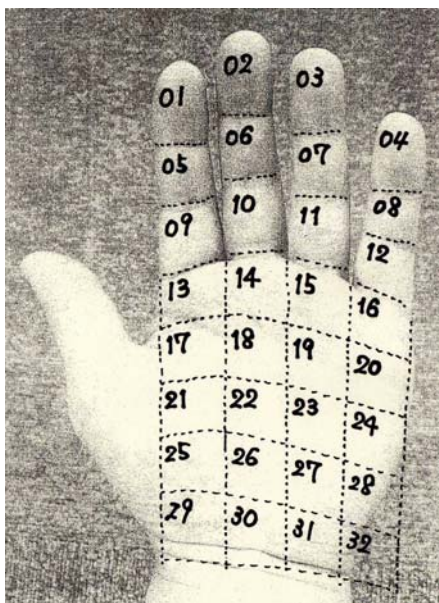
B-1) 左手の人差し指に2001年を置いて時の流れを意識する

2001年は、閏年の翌年にあたり、しかも元日が月曜日である。この2001年を、左手の人差し指に置きます。このとき、人差し指の先であっても、そうでなくてもかまいません。とにかく人差し指に置きさえすれば、あとは計算しやすい場所へ、上下にスライドさせて考えることもできます。とりあえずここでは人差し指の先に置いてみます〔図2-1〕。右手のときと同様、指の節に区切りを入れ、時の流れを〔図2-1〕のように定めます。すると、西暦が4の倍数である年が、すべて小指にそろいます。すなわち、小指にある年が閏年(ただし、現在私達が使っているグレゴリオ暦では、西暦が100の倍数で400の倍数でない場合は閏年としない)になっています。今、この〔図2-1〕上の各年の元日の曜日を調べると次のような規則性をもっていることがわかります。

閏年でない年の翌年の元日の曜日は、その年の元日の翌日の曜日になっている。

閏年の翌年の元日の曜日は、その年の元日の翌々日の曜日になっている。

これらのことから、この〔図2-1〕に対応する各年の元日の曜日を求めてまとめると〔図2-2〕のようになります。この〔図2-1〕と〔図2-2〕の2つの表を重ね合わせて対応させることで、その年の元日が何曜日なのかを求めることができます。



01	02	03	04
05	06	07	08
09	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24
25	26	27	28
29	30	31	32

〔図2-1〕

月	火	水	木
土	日	月	火
木	金	土	日
火	水	木	金
日	月	火	水
金	土	日	月
水	木	金	土
月	火	水	木

〔図2-2〕

2001年以前も同様に時の流れを定めていけば、西暦とその年の元日の曜日（以下、これら二つの表を「元日・曜日対応表」と呼ぶことにします）は、下の〔図2-3〕と〔図2-4〕のようになりますが、これらの表を暗算で求めるためには、もう少しこの表の性質について調べてまとめ、それらをうまく利用できる方が良いでしょう。

〔図2-3〕

人 差 し 指	中 指	薬 指	小 指
↓	↓	↓	↓
			...
77	78	79	80
81	82	83	84
85	86	87	88
89	90	91	92
93	94	95	96
97	98	99	00
01	02	03	04
05	06	07	08
09	10	11	12
13	14	15	16
17	18	19	20
21	22	23	24
25	26	27	28
29	30	31	32
...			

〔図2-4〕

人 差 し 指	中 指	薬 指	小 指
↓	↓	↓	↓
			...
土	日	月	火
木	金	土	日
火	水	木	金
日	月	火	水
金	土	日	月
水	木	金	土
月	火	水	木
土	日	月	火
木	金	土	日
火	水	木	金
日	月	火	水
金	土	日	月
水	木	金	土
月	火	水	木
...			

そこで、この「元日・曜日対応表」について、そのいくつかの規則性を紹介し、暗算に役立てていくことにします。

B-(2) 「元日・曜日対応表」における規則性とそれらを利用した実践例について

西暦 x 年の元日の曜日を $f(x)$ と表し、たとえば、1を月、2を火、3を水、4を木、5を金、6を土、0を日と対応させ $\text{mod}7$ とする（すなわち7以上の数は7で割った余りと合同と考える（例 $7 \equiv 0$, $8 \equiv 1$ ））。すると、 $f(x)$ は、必ず0以上6以下のいずれかの整数値をとる。今、100年に一度の閏年の省略を考えない（20世紀と21世紀のみを扱う）こととすると、すべての x に対して、必ず次の規則性①と規則性②が成り立つ。

規則性① $x \notin 4\mathbb{N}$ (すなわち x 年が閏年でない) $\Rightarrow f(x+1) \equiv f(x) + 1 \pmod{7}$
 閏年でない年の翌年は、必ずその年の翌日の曜日になっている。

規則性② $x \in 4\mathbb{N}$ (すなわち x 年が閏年) $\Rightarrow f(x+1) \equiv f(x) + 2 \pmod{7}$
 閏年（小指にある年）の翌年は、必ずその年の翌々日の曜日になっている。

上記の規則性①と規則性②を定義すると、次のような性質①～性質⑩を導くことができる。

性質① $f(x+4) \equiv f(x) - 2 \pmod{7}$

どの年も、その4年後は、必ずその年の一昨日の曜日になっている。

証明) 規則性①を3回、規則性②を1回組み合わせることで、
 $f(x+4) \equiv f(x) + 1 + 1 + 1 + 2 \equiv f(x) + 5 \equiv f(x) - 2 \pmod{7}$

性質② $f(x+12) \equiv f(x) + 1 \pmod{7}$

どの年も、その12年後は、必ずその年の翌日の曜日になっている。

証明) 性質①より
 $f(x+12) \equiv f(x+8+4) \equiv f(x+8) - 2 \equiv f(x+4+4) - 2$
 $\equiv f(x+4) - 2 - 2 \equiv f(x) - 2 - 2 - 2 \equiv f(x) - 6 \equiv f(x) + 1 \pmod{7}$

性質③ $f(x+16) \equiv f(x) - 1 \pmod{7}$

どの年も、その16年後は、必ずその年の昨日の曜日になっている。

証明) 性質①と性質②より
 $f(x+16) \equiv f(x+12+4) \equiv f(x+12) - 2 \equiv f(x) + 1 - 2 \equiv f(x) - 1 \pmod{7}$

性質④ $f(x+24) \equiv f(x) + 2 \pmod{7}$

どの年も、その24年後は、必ずその年の翌々日の曜日になっている。

証明) 性質②より
 $f(x+24) \equiv f(x+12+12) \equiv f(x+12) + 1 \equiv f(x) + 1 + 1 \equiv f(x) + 2 \pmod{7}$

性質⑤ $f(x+28) \equiv f(x) \pmod{7}$

どの年も、その28年後は、必ずその年と同じ曜日になっている。

証明) 性質②と性質③より
 $f(x+28) \equiv f(x+16+12) \equiv f(x+16) + 1 \equiv f(x) - 1 + 1 \equiv f(x) \pmod{7}$

性質⑥ $f(x-28) \equiv f(x) \pmod{7}$

どの年も、その28年前は、必ずその年と同じ曜日になっている。

証明) 性質⑤より
 $f(x) \equiv f(x-28+28) \equiv f(x-28) \pmod{7}$

性質⑦ $f(x-24) \equiv f(x) - 2 \pmod{7}$

どの年も、その24年前は、必ずその年の一昨日の曜日になっている。

証明) 性質⑥と性質①より

$$f(x-24) \equiv f(x+4-28) \equiv f(x+4) \equiv f(x) - 2 \pmod{7}$$

性質⑧ $f(x-16) \equiv f(x) + 1 \pmod{7}$

どの年も、その16年前は、必ずその年の翌日の曜日になっている。

証明) 性質⑥と性質②より

$$f(x-16) \equiv f(x+12-28) \equiv f(x+12) \equiv f(x) + 1 \pmod{7}$$

性質⑨ $f(x-12) \equiv f(x) - 1 \pmod{7}$

どの年も、その12年前は、必ずその年の昨日の曜日になっている。

証明) 性質⑥と性質③より

$$f(x-12) \equiv f(x+16-28) \equiv f(x+16) \equiv f(x) - 1 \pmod{7}$$

性質⑩ $f(x-4) \equiv f(x) + 2 \pmod{7}$

どの年も、その4年前は、必ずその年の翌々日の曜日になっている。

証明) 性質⑥と性質④より

$$f(x-4) \equiv f(x+24-28) \equiv f(x+24) \equiv f(x) + 2 \pmod{7}$$

以上性質①～性質⑩は、次のような5つの定理①～定理⑤としてまとめることができる。

定理① $f(x+4) \equiv f(x-24) \equiv f(x) - 2 \pmod{7}$

どの年も、4年後や24年前は、必ずその年の前々日の曜日になっている。

定理② $f(x+16) \equiv f(x-12) \equiv f(x) - 1 \pmod{7}$

どの年も、16年後や12年前は、必ずその年の前日の曜日になっている。

定理③ $f(x+28) \equiv f(x-28) \equiv f(x) \pmod{7}$

どの年も、28年後や28年前は、必ずその年と同じ曜日になっている。

定理④ $f(x+12) \equiv f(x-16) \equiv f(x) + 1 \pmod{7}$

どの年も、12年後や16年前は、必ずその年の翌日の曜日になっている。

定理⑤ $f(x+24) \equiv f(x-4) \equiv f(x) + 2 \pmod{7}$

どの年も、24年後や4年前は、必ずその年の翌々日の曜日になっている。

100年に一度の閏年の省略を考えないとき、すなわち1901年～2100年（20世紀～21世紀）では、定理③より、つねに28年を周期として同じカレンダーが繰り返されていることがわかる。言いかえると、グレゴリオ暦では、1900年と2100年を閏年としないため、1901年から2100年2月までは、この28年周期で「元日・曜日対応表」を取り扱うことができる。それ以外の西暦では、これとは周期がずれるため、「曜日加算表」を利用し、その周期のずれを調整する（詳細は21ページの『C-(1) 20世紀と21世紀以外の年では「曜日加算表」を利用する』を参照)。とりあえずここでは、1901年～2100年2月までについて考えることにしましょう。

実際に計算するときは、人差し指に現れる月曜日の西暦をある程度覚え、それらを基点として利用します。以下にそれらを、代表的な歴史的な事柄とあわせて紹介するので覚えてください。

〔1901年～2100年で、人差し指に現れる月曜日の西暦〕

1917年 (大正6年) ……ロシア革命
1945年 (昭和20年) ……終戦
1973年 (昭和48年) ……オイルショック
2001年 (平成13年) ……同時多発テロ
2029年 (平成41年)
2057年 (平成69年)
2085年 (平成97年)

そして、この人差し指に現れる月曜日も、丁度28年ごとに現れていることがわかる。この人差し指に現れる月曜日の西暦と、前述の定理④「12年後や16年前は翌日の曜日になる」ことを併用すれば、人差し指に現れる火曜日の西暦も、次のように容易に求められる。

〔1901年～2100年で、人差し指に現れる火曜日の西暦〕

1901年 (明治34年) ……1917年の16年前である
1929年 (昭和4年) ……1917年の12年後である
1957年 (昭和32年) ……1945年の12年後である
1985年 (昭和60年) ……1973年の12年後である
2013年 (平成25年) ……2001年の // である
2041年 (平成53年) ……2029年の // である
2069年 (平成81年) ……2057年の // である
2097年 (平成109年) ……2085年の // である

人差し指に現れる火曜日も、丁度28年ごとに現れていることがよくわかります。

さらに前述の定理①「4年後はその前々日の曜日」を併用し、「元日・曜日対応表」において求めたい西暦がある行の一番左隣り（人差し指）が何曜日が分かれば、そこから中指・薬指・小指へと隣へ移動するときは、常にその翌日の曜日であるから考えやすい。このようにして、目的の年の元日が何曜日かを求める例題をいくつか紹介しましょう。

例題 B1 1975年の元日が何曜日なのかを求めましょう。

解答例) 「元日・曜日対応表」をイメージすると、人差し指に現れる月曜日として73年は、75年と同じ行であるから、これを人差し指の先に置く。下の〔図2-5〕と〔図2-6〕を重ね合わせて対応させることで、1975年の元日は水曜日で、しかも小指でないから閏年でないこともわかります。

〔図2-5〕

人 差 し 指	中 指	薬 指	小 指
↓	↓	↓	↓
73	74	75	76
77	78	79	80
81	82	83	84

〔図2-6〕

人 差 し 指	中 指	薬 指	小 指
↓	↓	↓	↓
月	火	水	木
土	日	月	火
木	金	土	日

例題 B2 1956年の元日が何曜日なのかを求めましょう。

解答例1) 「元日・曜日対応表」をイメージすると、人差し指に現れる月曜日として45年は、56年の二行上であるから、これを人差し指の先に置くと求めやすい。45年の4年後である49年は、前述の定理①から、その前々日の曜日である土曜日、同様にその4年後の53年は木曜日であるから、53, 54, 55, 56は、木, 金, 土, 日と右へ数えることで求められます。下の〔図2-7〕と〔図2-8〕を重ね合わせて対応させると1956年の元日は日曜日で、しかも小指であるから閏年であることもわかります。

〔図2-7〕

人 差 し 指	中 指	薬 指	小 指
↓	↓	↓	↓
45			
49			
53	54	55	56

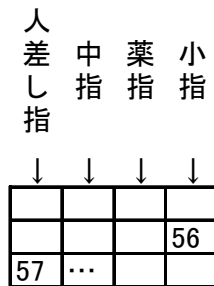
〔図2-8〕

人 差 し 指	中 指	薬 指	小 指
↓	↓	↓	↓
月			
土			
木	金	土	日

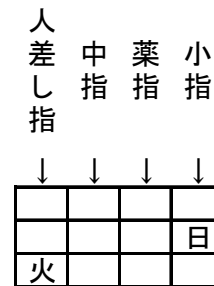
また、この問題の別解として次のような求め方もあるでしょう。

解答例2) 人差し指に現れる月曜日である45年の12年後の57年は、前述の定理④から人差し指に現れる火曜日であるから、この前の年である56年は、前述の規則性②より、その前々日の曜日であることから日曜日である。と求めることもできます。また、小指であるから閏年であることもわかります。(次の〔図2-9〕と〔図2-10〕を参照)

〔図2-9〕



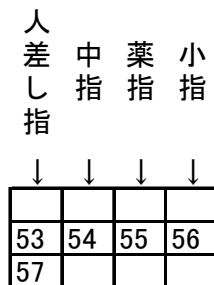
〔図2-10〕



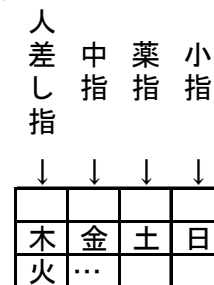
解答例3) 45年は人差し指に現れる月曜日である。この45年の12年後の57年は、前述の定理④から火曜日である。この57年の4年前である53年は、定理⑤より木曜日であるから、規則性①より56年は日曜日である。と求めることもできます。

(下の〔図2-11〕と〔図2-12〕を参照)

〔図2-11〕



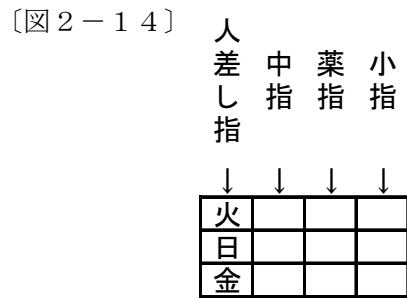
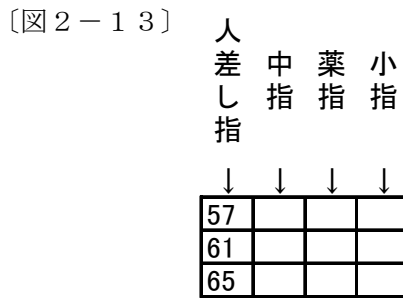
〔図2-12〕



以上のように、同じ問題の解法でも、前述の規則性や定理をどのように組み合わせるかによって、いろいろな解法が考えられます。いずれの方法でも、求める答えは一致することになります。

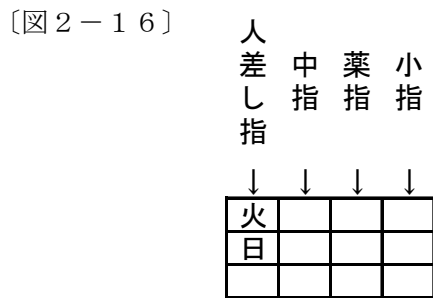
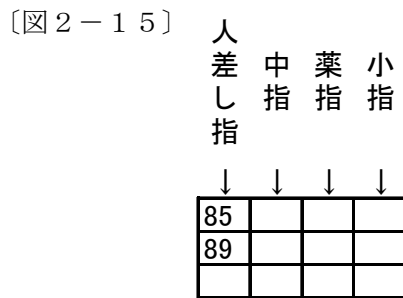
例題 B3 1965年の元日は何曜日でしょうか。

解答例) 45年の12年後である57年を人差し指に現れる火曜日とし、これを人差し指の先に置き、前述の定理⑤により、下の〔図2-13〕と〔図2-14〕を重ね合わせて対応させることで、1965年の元日は金曜日で、しかも閏年でないこともわかります。



例題 B4 1989年の元日を求めましょう。

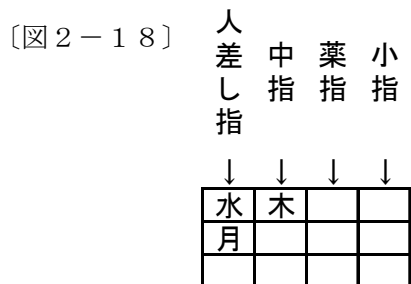
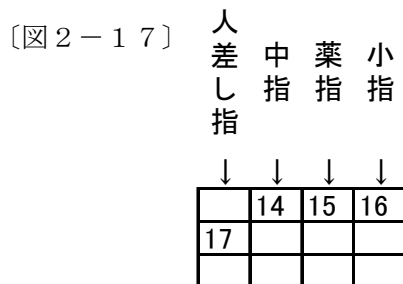
解答例) 人差し指に現れる月曜日である73年の丁度12年後、85年を人差し指の先に置く。定理④より85年は火曜日。定理①より89年は日曜日。下の〔図2-15〕と〔図2-16〕を重ね合わせて対応させることで、1989年の元日は日曜日で、しかも閏年でないこともわかります。



別解) 89年は01年(月曜日)の丁度12年前であるから、前述の定理②から、その前日の曜日である日曜日。と求めることもできます。勿論、小指でないので閏年でないこともわかるでしょう。

例題 B5 1914年の元日は何曜日でしょうか。

解答例) 人差し指に現れる月曜日で一番近いのは17年。前述の定理⑤から、下の〔図2-17〕と〔図2-18〕を重ね合わせて対応させることで、1914年の元日は、閏年でない木曜日です。



以上のようにして、左手で西暦〇〇〇〇年の元日の曜日と閏年か否かを求め、右手でその年の〇月〇日が何曜日かを求めることで、1901年～2100年までのカレンダーはすべて暗算で求められることになります。次の1901年～2100年（20世紀・21世紀）についての練習問題で試してみてください。

B－(3) 練習問題B

(解答は28ページ)

問題1 次の日は、何曜日かを求めよ。

- (1) 1945年8月15日 (終戦の日)
- (2) 1936年2月26日 (二・二六事件)
- (3) 1903年12月17日 (ライト兄弟が初飛行に成功)
- (4) 1957年10月4日 (最初の人工衛星スプートニック1号打ち上げ)
- (5) 1961年4月12日 (ユーリ・ガガーリンが人類初の宇宙到着)
- (6) 1990年10月3日 (東西ドイツが統一)
- (7) 1901年12月10日 (第1回ノーベル賞授賞式)
- (8) 1946年11月3日 (日本国憲法公布)
- (9) 1964年10月10日 (東京オリンピック開幕)
- (10) 1911年12月14日 (アムンゼンが最初に南極点に到達)

問題2 次の日は、何曜日かを求めよ。

- (1) 1919年6月28日 (ベルサイユ条約調印)
- (2) 1986年4月26日 (チェルノブイリ原発事故発生)
- (3) 1951年9月8日 (日米安保条約調印)
- (4) 1969年7月20日 (アポロ11号人類初の月着陸)
(日本時間は7月21日)

- (5) 1929年10月24日 (ニューヨーク株式市場の株価大暴落)
- (6) 1904年2月8日 (日露戦争始まる)
- (7) 2001年9月11日 (アメリカ同時多発テロ)
- (8) 1978年8月12日 (日中平和友好条約調印)
- (9) 1932年3月1日 (「満州国」建国)
- (10) 1940年9月27日 (日独伊三国同盟締結)

問題3 次の年で、13日が金曜日になるのは何月か。

(1) 2009年

(2) 2012年

問題4 次の日付の□の中に入りうる一桁の数字を全て求めよ。

(1) 1993年8月1□日 (火曜日)

(2) 1989年□月19日 (水曜日)

(3) 200□年12月12日 (金曜日)

[C] 20世紀と21世紀以外の西暦の元日が何曜日かを求める方法

C-(1) 20世紀と21世紀以外の年では「曜日加算表」を利用する

現在我々が使用している暦であるグレゴリオ暦では、西暦が100の倍数の年は、4の倍数であるが閏年としない。ただし、西暦が400の倍数のときは、例外的に閏年とする。このため、前述Bの28周期で求めていくと、1900年や2100年（閏年としない年）をまたぐとき周期がずれる。そこで、1901年～2100年（20世紀と21世紀）以外の西暦について、その元日の曜日を求めるときは、次の定理⑥に加え、その周期のずれを解消するための「曜日加算表」を併用して求める。ただし、この方法で求められるのは、イタリアでグレゴリオ暦（現在使われている暦）が採用された1582年10月15日以降となり、それ以前（ユリウス暦）については『C-(2) ユリウス暦における処理方法について』を参照。

$$\text{定理⑥ } f(x+100) \equiv f(x) - 1 \pmod{7}$$

$$f(x-100) \equiv f(x) + 1 \pmod{7}$$

どの年も、100年後は、必ずその年の前日の曜日で、

100年前は、必ずその年の翌日の曜日になっている。

証明) 定理②と定理③より

$$f(x+100) \equiv f(x+16+3 \times 28) \equiv f(x+16) \equiv f(x) - 1 \pmod{7}$$

同様に、定理③と定理④より

$$f(x-100) \equiv f(x-16-3 \times 28) \equiv f(x-16) \equiv f(x) + 1 \pmod{7}$$

また、下の「曜日加算表」は、前述のBで使った性質（つねに28年周期となっているという性質）でいったん求めた結果に、周期のずれを調整するために更に加算する値をまとめたものです。

曜日加算表

世紀	16世紀	17世紀	18世紀	19世紀	20世紀	21世紀	22世紀	23世紀
西暦	1501(1582~)	1701	1801	1901	2001	2101	2201	2301
	~	~	~	~	~	~	~	~
	1700	1800	1900	2000	2100	2200	2300	
加算	+3	+2	+1	±0	±0	±0	-1	-2

では、またこれらを使った例題をいくつか紹介しましょう。

例題 C1 1900年の元日が何曜日かを求めましょう。

解答例) 規則性②より 2001年の元日は月曜日 → 2000年の元日は土曜日
定理⑥より 2000年の元日は土曜日 → 1900年の元日は日曜日
となるが、1900年は19世紀だから曜日加算表の加算+1より
1900年の元日は日曜日 → 1900年の元日は月曜日となる。
ちなみに、1900年は小指ですが閏年ではありません。(詳細はD グレゴリオ暦について
の基礎知識を学ぶ を参照)

別解) 定理④より 1917年の元日は月曜日 → 1901年の元日は火曜日
1901年の1年前である1900年は、例外的に閏年でないので、
規則性①より 1901年の元日は火曜日 → 1900年の元日は月曜日

例題 C2 1868年の元日が何曜日かを求めてみましょう。

解答例) 定理⑥より 1945年の元日は月曜日 → 1845年の元日は火曜日
となるが、1900年は19世紀だから曜日加算表の加算+1より
1845年の元日は火曜日 → 1845年の元日は水曜日
定理④より 1845年の元日は水曜日 → 1857年の元日は木曜日
定理①より 1857年の元日は木曜日 → 1861年の元日は火曜日
1861年の元日は火曜日 → 1865年の元日は日曜日
規則性①より 1865年の元日は日曜日 → 1868年の元日は水曜日となる。
また、小指であるから閏年である。

例題 C3 1748年の元日が何曜日かを求めてみましょう。

解答例) 定理⑥より 1945年の元日は月曜日 → 1745年の元日は水曜日
となるが、1748年は18世紀だから曜日加算表の加算+2より
1745年の元日は水曜日 → 1745年の元日は金曜日
規則性①より 1745年の元日は金曜日 → 1748年の元日は月曜日となる。
また、小指であるから閏年である。

例題 C4 1627年の元日が何曜日かを求めてみましょう。

解答例) 定理⑥より 1917年の元日は月曜日 → 1617年の元日は木曜日
となるが、1627年は17世紀だから曜日加算表の加算+3より
1617年の元日は木曜日 → 1617年の元日は日曜日
定理①より 1617年の元日は日曜日 → 1621年の元日は金曜日
1621年の元日は金曜日 → 1625年の元日は水曜日

規則性①より 1625年の元日は水曜日 → 1627年の元日は金曜日となる。
また、小指でないから閏年でない。

例題 C5 1603年の元日が何曜日かを求めてみましょう。

解答例) 定理④より 1917年の元日は月曜日 → 1901年の元日は火曜日
定理⑥より 1901年の元日は火曜日 → 1601年の元日は金曜日
となるが、1601年は17世紀だから曜日加算表の加算+3より
1601年の元日は金曜日 → 1601年の元日は月曜日
規則性①より 1601年の元日は月曜日 → 1603年の元日は水曜日となる。
また、小指でないから閏年でない。

C-(2) ユリウス暦における処理方法について

イタリアでグレゴリオ暦（現在使われている暦）が採用された1582年10月15日は金曜日で、その前日のユリウス暦1582年10月4日は木曜日となることから、ユリウス暦の曜日を調べると1201年の元日が人差し指の月曜日となる。ユリウス暦には100年に一度の閏年の省略がないため、数百年飛び越えても前述『C-(1)』のように周期がずれることはなく、前述Bと同様に「元日・曜日対応表」を用いて曜日を求めることができる。よって、1201年が人差し指月曜日であることと、前述の定理⑥を併用すると求めやすい。以下に、1582年10月15日が何曜日かを求めることから、1201年の元日が人差し指の月曜日になっていることを示す。次の例題から出発する。

例題 C6 1582年の元日が何曜日かを求め、10月15日が何曜日かを求めましょう。

解答例) 定理⑥より 1973年の元日は月曜日 → 1573年の元日は金曜日
となるが、1582年は16世紀だから曜日加算表の加算+3より
1573年の元日は金曜日 → 1573年の元日は月曜日
定理①より 1573年の元日は月曜日 → 1577年の元日は土曜日
1577年の元日は土曜日 → 1581年の元日は木曜日
規則性①より 1581年の元日は木曜日 → 1582年の元日は金曜日となる。
また、小指でないから閏年でない。よって、その10月15日も金曜日である。

改暦するとき、10月4日の翌日を上記10月15日金曜日としたので、この前後日の曜日は次のようになっている。

1582年10月1日 月曜日 ←ユリウス暦
 1582年10月2日 火曜日 ←ユリウス暦
 1582年10月3日 水曜日 ←ユリウス暦
 1582年10月4日 木曜日 ←ユリウス暦
 1582年10月15日 金曜日 ←グレゴリオ暦
 1582年10月16日 土曜日 ←グレゴリオ暦

1582年は10月1日が月曜日でしかも閏年でないから、その元日も月曜日である。このことから、以下の「元日・曜日対応表」を用いれば1565年の元日が人差し指の月曜日であることがわかる。

人	中	薬	小
差	指	指	指
指			
↓	↓	↓	↓
65	66	67	68
69	70	71	72
73	74	75	76
77	78	79	80
81	82		

人	中	薬	小
差	指	指	指
指			
↓	↓	↓	↓
月	火	水	木
土	日	月	火
木	金	土	日
火	水	木	金
日	月		

また、 $1201年 = 1565年 - 28年 \times 13$
 となることから、1201年の元日は人差し指の月曜日である。 ■

以上のことから、ユリウス暦で曜日を求めると前述の定理⑥より以下のようにになる。

- 1201年元旦は月曜日
- 1301年元旦は日曜日
- 1401年元旦は土曜日
- 1501年元旦は金曜日
- 1601年元旦は木曜日
- 1701年元旦は水曜日
- 1801年元旦は火曜日
- 1901年元旦は月曜日

グレゴリオ暦に改暦された時期やそれ以前までに使用されていた暦については、国や宗教によってさまざまであるため、曜日を求める際、どの時期にどのような暦を使用した日付なのか、また改暦等の際に日付が飛ぶようなことになっていないか、などについて注意が必要である。ちなみに日本では、1872年（明治5年）12月2日の翌日を1873年（明治6年）元日（水）にし、太陽暦に改暦している。

C-(3) 練習問題C

(解答は28ページ)

問題1 次の日は、何曜日かを求めよ。

- (1) 1895年11月8日 (レントゲンがX線を発見)
- (2) 1889年2月11日 (大日本帝国憲法発布)
- (3) 1879年3月27日 (沖縄県設置 (琉球処分))
- (4) 1875年5月7日 (日露が樺太・千島交換条約調印)
- (5) 1873年7月28日 (地租改正)
- (6) 1871年1月18日 (ドイツの統一)
- (7) 1861年3月4日 (リンカンがアメリカ大統領に就任)
- (8) 1869年11月17日 (スエズ運河開通)
- (9) 1858年7月29日 (日米修好通商条約締結)

問題2 次の日は、何曜日かを求めよ。ただし、グレゴリオ暦への改暦は西暦1582年10月15日とし、それ以前はユリウス暦とする。

- (1) 1854年12月23日 (安政東海地震)
1854年12月24日 (安政南海地震)
- (2) 1855年11月11日 (安政江戸地震)
- (3) 1823年12月2日 (モンロー宣言)
- (4) 1789年4月30日 (ワシントンが初代アメリカ大統領に就任)
- (5) 1776年7月4日 (アメリカ独立宣言)
- (6) 1768年8月26日 (ジェームズ・クック第1回航海)
- (7) 1713年4月11日 (ユトレヒト条約調印)

(8) 1600年9月15日 (関ヶ原の戦)

(9) 1588年8月8日 (スペイン無敵艦隊敗れる)

(10) 1582年6月2日未明 (本能寺の変)

[D] グレゴリオ暦についての基礎知識を学ぶ

D-(1) グレゴリオ暦導入の経緯について

1582(天正10)年10月15日に、ローマ教皇グレゴリオ13世が、それまでのユリウス暦に代わってグレゴリオ暦を制定。ユリウス暦(紀元前46年にユリウス・カエサルが制定)では、閏年を単純に4年に1度(1年を365.25日)としていたために、実際の1年である公転周期(365.24219...日)にくらべて11分14秒ほど長くなり、128年に約1日の誤差が出た。このため、16世紀の春分の日が3月11日まで早まってしまっていたことが、ローマの天文学者・数学者・僧侶たちの研究で判明。グレゴリオ暦により、1年が365.2425日となり、約3333年に1日の誤差におさえられた。また、春分の日を元に戻すため、日付を10日間先に進め、1582年10月4日の翌日を10月15日とした。

この改暦はカトリック諸国ではすぐに採用されたが、プロテスタント諸国ではなかなか受け入れられず、ドイツなどでは1700年、イギリスと当時植民地だったアメリカでは1751年にやっと採用された。ロシアなどギリシャ正教の諸国は19世紀まで採用せず、ユリウス暦は「露暦」ともよばれた。日本では1872(明治5)年12月3日(新暦1873年1月1日)に東洋の独立国ではじめて採用・実施。

[おもな国のグレゴリオ暦採用年一覧]

1582年2月24日：教皇グレゴリオ13世、改暦の勅書に署名。

1582年3月1日：勅書がサン・ピエトロ大聖堂の扉などのローマ市内の主要な場所に掲示され、すべてのカトリック国に送付された。

1582年10月15日：イタリア・スペイン・ポルトガルが勅書通り実施。1582年10月4日(木)の翌日を1582年10月15日(金)とした。

1582年12月：フランスが実施。

1582年末：ベルギー・ネーデルランドのカトリック諸邦が実施。

1582年12月21日：フランドル地方・ベルギーの一部が実施。1582年12月21日(金)の翌日を1583年1月1日(土)とした。

1583年：ドイツのローマ・カトリック教会(10月にババリアとオーストリア)、11月にはヴェルツブルグ・ミュンスター・マインツ(削った10日間の設定はそれぞれ異なる)オランダが実施。

1584年：1584年1月12日から1月22日の間で、スイスのカトリック緒州が実施。ドイツのカトリック系緒邦・ベルギーの残りの地域も年末までに実施。

1587年：ハンガリーが実施。

1699年：ドイツの新教徒が「改良暦（ほぼグレゴリオ暦であるが、復活祭の算定方法が異なる。）」を採用。デンマーク・スイスでもバーゼル・ベルン・チューリッヒその他の地域では、1701年1月12日に「改良暦」に従う。

1752年：イギリスとその植民地が実施。1752年9月2日（水）の翌日を1752年9月14日（木）とした。

1753年：ドイツの「改良暦」を採用していたスウェーデンがグレゴリオ暦を実施。フィンランドも採用。

1776年：ドイツが完全に採用。

1812年：スイスが完全に採用。

1872年：日本が採用。1872年（明治5年）12月2日の翌日を1873年（明治6年）元日（水）にして、太陽暦に改暦。ただこのときはユリウス暦の置閏法であったので、その後1898年（明治31年）に現在のグレゴリオ暦の置閏法に改暦されているが、この間日付が飛ぶようなことにはなっていない。

1894年：朝鮮が採用。

1912年：中国（中華民国）が採用。

1916年：ブルガリアが採用。

1918年：ロシア（ソ連）が採用。1918年1月31日（水）の次を1918年2月14日（木）とした。ロシア革命の二月革命、十月革命というのもユリウス暦であり、グレゴリオ暦では三月革命、十一月革命となる。

1919年：ユーゴスラビア・ルーマニアが採用。

1922年：ソ連がグレゴリオ暦から離脱。独自の暦法を制定。

1924年：ギリシャが採用。

1927年：トルコが採用。

1940年：ソ連でグレゴリオ暦復活。

1967年：ブルガリア（教会）が採用。

練習問題の解答

A-(4) 練習問題A

問題1 (1) 土曜日 (2) 木曜日 (3) 水曜日
(4) 月曜日 (5) 火曜日 (6) 火曜日

問題2 (1) 水曜日 (2) 土曜日 (3) 木曜日
(4) 日曜日 (5) 木曜日 (6) 金曜日

問題3 (1) 火曜日 (2) 火曜日 (3) 月曜日
(4) 火曜日 (5) 火曜日 (6) 火曜日

問題4 (1) 日曜日 (2) 土曜日 (3) 月曜日
(4) 火曜日 (5) 月曜日 (6) 水曜日

B-(3) 練習問題B

問題1 (1) 水曜日 (2) 水曜日 (3) 木曜日 (4) 金曜日 (5) 水曜日
(6) 水曜日 (7) 火曜日 (8) 日曜日 (9) 土曜日 (10) 木曜日

問題2 (1) 土曜日 (2) 土曜日 (3) 土曜日 (4) 日曜日 (日本時間は月曜日)
(5) 木曜日 (6) 月曜日 (7) 火曜日 (8) 土曜日 (9) 火曜日
(10) 金曜日

問題3 (1) 2月・3月・11月 (2) 1月・4月・7月

問題4 (1) 0, 7 (2) 4, 7 (3) 3, 8

C-(3) 練習問題C

問題1 (1) 元日火より金曜日 (2) 元日火より月曜日 (3) 元日水より木曜日
(4) 元日金より金曜日 (5) 元日水より月曜日 (6) 元日日より水曜日
(7) 元日火より月曜日 (8) 元日金より水曜日 (9) 元日金より木曜日

問題2 (1) 元日日より土曜日と日曜日 (2) 元日月より日曜日
(3) 元日水より火曜日 (4) 元日木より木曜日
(5) 元日月かつ閏より木曜日 (6) 元日金かつ閏より金曜日
(7) 元日日より火曜日 (8) 元日土かつ閏より金曜日
(9) 元日金かつ閏より月曜日 (10) ユリウス 1581年元日は日より 1582年
の元日は月だから土曜日