

第83回数学教育実践研究会

数実研に期待すること

期日:平成24年12月1日(土)
会場:アステ45ビル
10Fセミナールーム



北海道札幌手稲高等学校 中村 均
(Eメール nakamura.hitoshi@sky.plala.or.jp)

1

私と数学との出会い



2

本日の流れ

○課題学習への期待

- ・素材1 特殊相対性理論
- ・素材2 超順列(仮称)
- ・素材3 ドームの表面積

○学力等実態調査への期待

○日数教北海道大会への期待

3

素材1 特殊相対性理論



4

素材1 特殊相対性理論

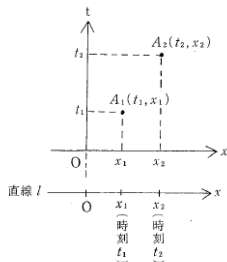
世界点と世界線

直線 l 上の物体の運動を座標平面に表す方法を考えてみたい。横軸を x 軸、縦軸を t 軸とする直交軸を作り、時刻 t における物体の位置(座標) x を、点 (t, x) で表すことにする。

点 (t, x) を世界点と呼び、世界点によって作られる座標平面を xt 平面という。

直線 l 上を運動する物体の位置 x は時刻 t の関数として表され、そのグラフは、 xt 平面で1つの曲線(または直線)を描く。この曲線のことを世界線という。

xt 平面の x 軸の単位は30万 km (1秒間に光が進む距離)を1とし、 t 軸の単位は1秒を1とする。



5

素材1 特殊相対性理論

ローレンツ変換

さて、今度は、2つの直線 l, l' 上の物体の運動について考えてみることにする。直線 l 上の物体の運動を xt 平面で表し、直線 l' 上の物体の運動を $x't'$ 平面で表す。
 xt 平面の世界点 (t, x) を $x't'$ 平面の世界点 (t', x') に移す1次変換の中で、ローレンツ変換と呼ばれているものは、次のように表される。

$$\begin{cases} t' = \frac{t - vx}{\sqrt{1-v^2}} \\ x' = \frac{-vt + x}{\sqrt{1-v^2}} \end{cases}$$

計算を簡単にするために、 $v = \frac{\sqrt{3}}{2}$ の場合のみを扱う。このとき、

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix}$$

$$L = \begin{pmatrix} 2 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 2 \end{pmatrix} \text{ とすると、}$$

$$L \text{ の逆行列は、} L^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 2 \end{pmatrix}$$

6

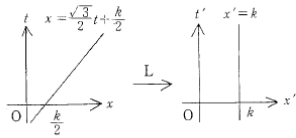
素材1 特殊相対性理論

問題1 1次変換Lによって、 $x't'$ 平面上の世界線 $x'=k$ に移る xt 平面の世界線の方程式を求めよ。(ただし、 k は定数とする。)

[解] $x' = -\sqrt{3}t + 2x = k$ より

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}t + \frac{k}{2} \dots\dots\dots (\text{答})$$

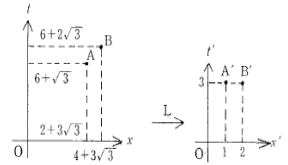
直線 l $\xrightarrow{\text{速度 } \frac{\sqrt{3}}{2}}$ 直線 l'



素材1 特殊相対性理論

問題2 1次変換Lによって、 $x't'$ 平面の2つの世界点 $A'(3, 1)$, $B'(3, 2)$ に移る xt 平面の世界点をそれぞれ A, B とするとき、これらの座標を求めよ。

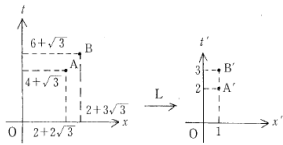
[解] $L^{-1} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+\sqrt{3} \\ 2+3\sqrt{3} \end{pmatrix}$
 $L^{-1} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+2\sqrt{3} \\ 4+3\sqrt{3} \end{pmatrix}$
 (答) $A(6+\sqrt{3}, 2+3\sqrt{3})$, $B(6+2\sqrt{3}, 4+3\sqrt{3})$



素材1 特殊相対性理論

問題3 1次変換Lによって、 $x't'$ 平面の2つの世界点 $A'(2, 1)$, $B'(3, 1)$ に移る xt 平面の世界点をそれぞれ A, B とするとき、これらの座標を求めよ。

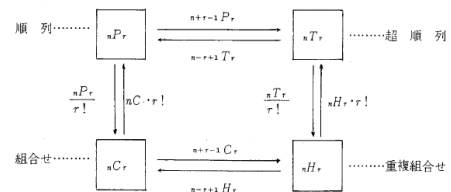
[解] $L^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+\sqrt{3} \\ 2+2\sqrt{3} \end{pmatrix}$
 $L^{-1} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+\sqrt{3} \\ 2+3\sqrt{3} \end{pmatrix}$
 (答) $A(4+\sqrt{3}, 2+2\sqrt{3})$, $B(6+\sqrt{3}, 2+3\sqrt{3})$



素材2 超順列(仮称)

異なる n 個のものから、同じものをくり返して取ることを許して r 個取り出して1列に並べるとき、同じものでも並べる際に区別をつけて並べたものを、 n 個から r 個取る超順列といい、その総数を ${}_n T_r$ で表す。

[公式] ${}_n T_r = n(n+1)(n+2)\dots(n+r-2)(n+r-1)$: n から始まる r 個の増加積

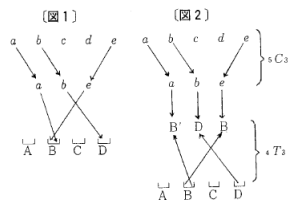


素材2 超順列(仮称)

問題 異なる5個の球の a, b, c, d, e から3個選んで、異なる4個の箱 A, B, C, D の中に入れる方法は何通りあるか。ただし、1つの箱に2個以上球を入れるときは、箱の中での球の並べ方を考えることにする。

[解] 問題文の内容を図示すると、図1のようになる。

5個の球 a, b, c, d, e から3個選ぶ方法は、 ${}_5 C_3$ 通りある。その3個を4個の箱 A, B, C, D の中に問題文の条件に従って入れる方法は、図2のように4個の箱から3個取る超順列に対応する。この数は、 ${}_4 T_3$ 通りある。よって、求める並べ方の総数は、 ${}_5 C_3 \times {}_4 T_3 = 10 \times 120 = 1200$ (通り)



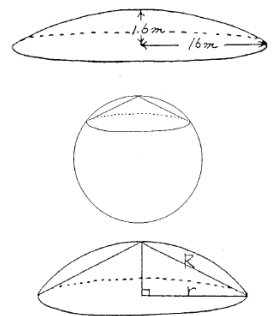
素材3 ドームの表面積

塗装会社に就職した卒業生のN君から、電話がかかってきました。

「半径16m、高さ1.6mのドーム状の屋根を塗装する仕事を頼まれた。ペンキを何かん用意したらよいか計算してほしい。」

直円錐と、頂点と底面の周で接する球面を、直円錐の底面を含む平面で2つの部分に切ったとき、直円錐側の方を、「直円錐を包むドーム」と呼ぶことにする。この球面の中心、半径を、それぞれ、「ドームの中心、半径」と名付ける。

直円錐の側面積 $\pi r R$
 ドームの表面積 πR^2



H24北海道高等学校学力等実態調査

問題番号	教科	数学	科目	学習指導要領	問題のねらい	目標の観点				正答率 (%)	誤答率 (%)	正答率 (標準偏差)	誤答率 (標準偏差)
						1	2	3	4				
問1-01	03	03	A	二次関数のグラフの傾きを求めることができる。	0	0	0	0	78.9	99.9	2.8	94.7	2.8
問1-02	04	04	A	二次関数のグラフの頂点を求めることができる。	0	0	0	0	88.0	95.7	8.8	88.0	5.4
問1-03	05	05	B	二次関数の最大・最小について理解している。	0	0	0	0	40.0	42.8	8.9	83.7	7.7
問1-04	06	06	A	二次関数のグラフの傾きについて理解している。	0	0	0	0	46.0	34.5	14.2	64.3	12.1
問2	01	01	B	二次関数のグラフと軸との位置関係と二次方程式について理解している。	0	0	0	0	38.0	23.8	23.8	48.2	17.3

⑥ 次の問いに答えなさい。

問 1 下の図は、2次関数 $y = x^2 - 6x + 4$ のグラフです。次の問いに答えなさい。

(1) c の値を求めなさい。

(2) このグラフの頂点の座標を求めなさい。

(3) 定義域を $-2 \leq x \leq 4$ としたとき、2次関数の最大値を求めなさい。

(4) このグラフを x 軸方向に a 、 y 軸方向に q だけ平行移動すると放物線の方程式は $y = x^2 + 2x + 3$ となった。このときの定数 a 、 q の値を求めなさい。

問 2 2次関数 $y = x^2 - 2kx + 4$ のグラフが x 軸と共有点をもたないような定数 k の値の範囲を求めなさい。

H24北海道高等学校学力等実態調査

① 数学の勉強が好きだ

調査年度	選択	自由課題
学年	2年	3年
選択	本校 23.8	自由課題 23.8
学年別	全学年 21.9	全学年 16.9
調査割合	本校 23.8	自由課題 23.8

② 数学の勉強は大切だ

調査年度	選択	自由課題
学年	2年	3年
選択	本校 46.3	自由課題 46.3
学年別	全学年 42.4	全学年 38.4
調査割合	本校 46.3	自由課題 46.3

③ 数学を勉強すれば、私のふだんの生活や社会生活の中で役立つ

調査年度	選択	自由課題
学年	2年	3年
選択	本校 22.4	自由課題 22.4
学年別	全学年 22.3	全学年 22.5
調査割合	本校 22.4	自由課題 22.4

④ 数学の授業がどの程度好きですか

調査年度	選択	自由課題
学年	2年	3年
選択	本校 6.8	自由課題 6.8
学年別	全学年 13.1	全学年 16.9
調査割合	本校 6.8	自由課題 6.8

⑤ 数学の家庭学習は、どのようにしていますか

調査年度	選択	自由課題
学年	2年	3年
選択	本校 10.8	自由課題 10.8
学年別	全学年 11.1	全学年 4.7
調査割合	本校 10.8	自由課題 10.8

⑥ 学校の数学の課題(宿題)をどのようにしていますか

調査年度	選択	自由課題
学年	2年	3年
選択	本校 53.2	自由課題 53.2
学年別	全学年 48.0	全学年 48.2
調査割合	本校 53.2	自由課題 53.2

H24全国学力・学習状況調査数学B

③ 1998年生まれの英咲さんは、この年に行われた長野オリンピックで日本チームが金メダルをとったスキージャンプ競技に興味をもちました。この競技では、飛んだ距離の大きさと姿勢の美しさを競います。

英咲さんは、このときの日本チームの飛んだ距離の記録について調べました。下の2つのヒストグラムは、1998年シーズンの長野オリンピックまでのいくつかの国際大会で、二人が飛んだ距離の記録をまとめたものです。たとえば、このヒストグラムから、二人とも105m以上110m未満の距離を3回飛んだことがわかります。

(2) 英咲さんは、もしこの二人がもう1回ずつ飛んだとしたら、どちらの選手がより高く飛びそうかを、二人のヒストグラムをもとに考えてみたいと思います。

二人のヒストグラムを比較して、そこから分かる特徴をもとに、次の1回でより高く飛びそうな選手を一人選ぶとすると、あなたならどちらの選手を選びますか。下のア、イの中からどちらか一方の選手を選びなさい。また、その選手を選んだ理由を、二人のヒストグラムの特徴を比較して説明しなさい。どちらの選手を選んでも説明しなくてもかまいません。

原田選手の記録

船木選手の記録

第97回全国算数・数学教育研究(北海道)大会 第70回記念北海道算数数学教育研究大会札幌大会

開催日程(案)

- <会場>①ニトリ文化ホール ②市立大通高校(予定)
- 平成27年8月6日(木)
- [午前]開会式・学会総会・記念講演・シンポジウム<①>
- [午後]部会総会・部会講演会<②>
- 平成27年8月7日(金)
- [午前・午後]分科会<②>
- ※ 講習会 8月4日(火)、5日(水)<高校は150名程度>
- ※ H25山梨 H26鳥取 H28岐阜

H24福岡大会高等学校部会

教育課程	2 2 4	数学Ⅰ 数学A	8 2 15	数学Ⅱ 数学B	3 2 3
数学Ⅲ 数学C	3 2 3	総合的な学習の時間	2 2 4	コンピュータ・情報機器メディア	7 3 7
学習指導法・評価	5 9 10	問題解決、 数学的な見方・考え方	4 2 10	大学入試	5 3 1
商・工・農・理 数科・その他	4 4 0	基礎・ 自由研究	3 3 10	合計 148	47 34 67

(上段:福岡県 中段:他の九州の県 下段:九州以外の都道府県)

数実研の皆様のご活躍を

お祈りいたします

