令和６年６月１５日（土）　北海道大学理学部３号館
第１２９回数学教育実践研究会

遠隔による
# 「統計的な推測」の指導

1

北海道高等学校遠隔授業配信センター（T-base）教諭
木村　郁夫
http://www.t-base.hokkaido-c.ed.jp/

2

## 参考事項

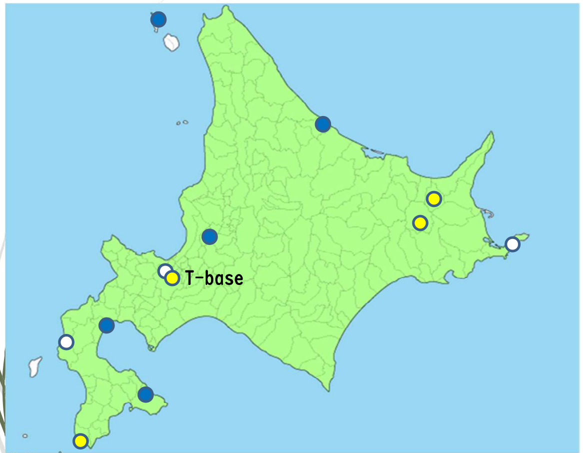
○　対象校
・５校いずれも各学年１クラス
・履修生徒数は、５校計２３名
・大半の学校が、数学Ｂか商業科目かの選択履修として設置

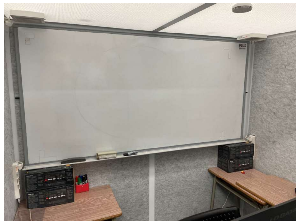
○　使用教科書
数研出版　新編数学Ｂ

○　使用副教材
数研出版　新課程　教科書傍用３ＴＲＩＡＬ数学Ｂ

○　５校とも、９月中旬～１月下旬にかけて指導（計２１時間）

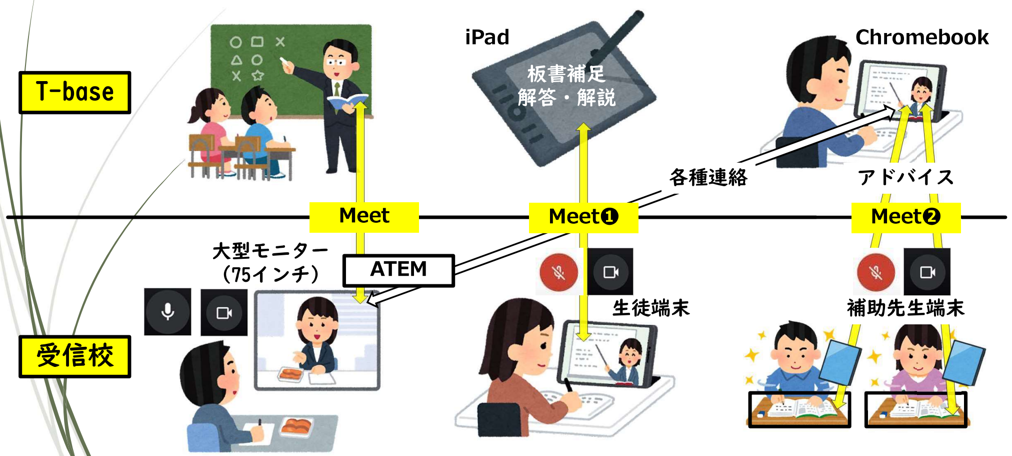
3



4

## 遠隔授業のイメージ（今年度）



5

# 「統計的な推測」の指導にあたって（全体）

（１）日常生活とのつながりを対話から引き出す。簡潔に説明。

（２）指導は演繹的に。板書は最小限。演習（＋見とり）は最大限。

（３）ノート完結。場面に応じてＩＣＴ。問題解決は協働的に。

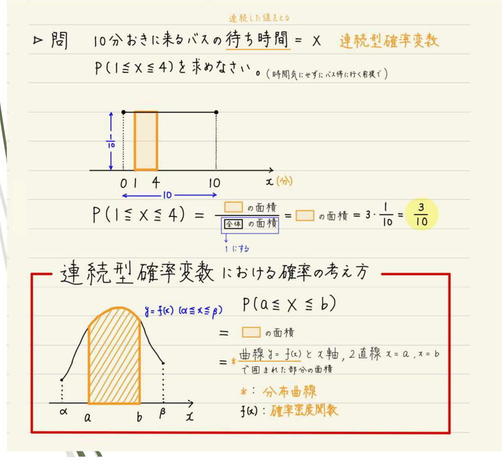
（４）個別最適な学びの充実。
- 課題の添削指導（Google Classroom）
- 仮想空間（Metalife）で学び直しの機会提供、発展的内容の紹介
- 終わった板書（Goodnotes）のアップロード（PDF）

（５）電卓使用を許可。

（６）小テストや単元テスト（定期考査）の解き直し徹底。

6

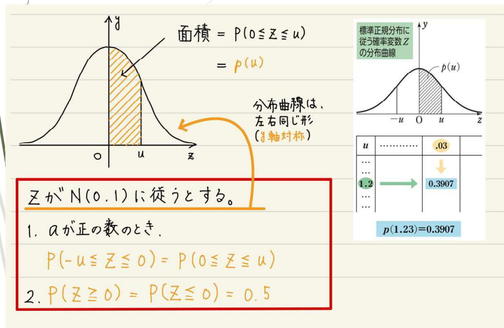
# 指導例１「確率密度関数」




- ○ バスの待ち時間を題材に、離散量から連続量へ意識転換。
- ○ 全事象の確率＝１を出発点とし、「確率＝面積」の納得感を与える。
- ○ 確率計算を通じて、各種図形の面積公式を活用し、定着させる。

7

# 指導例２「正規分布と標準正規分布」

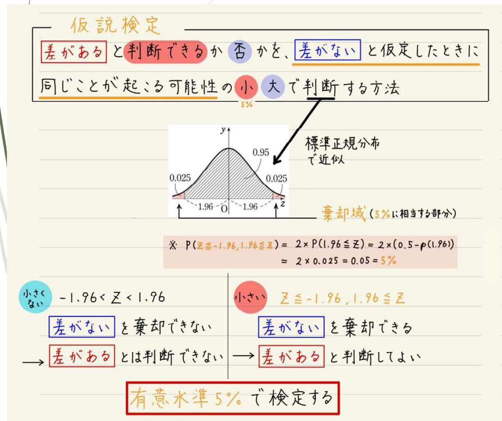


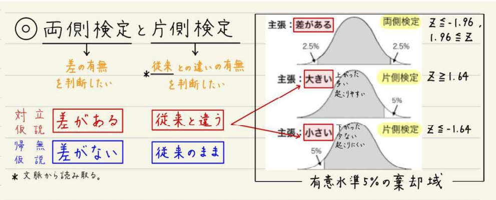


- ○ 標準化は、Geogebraを用いて視覚的に意味づけ。
- ○ 確率密度関数は明示しない。
- ○ 正規分布表の活用を重視。

8

# 指導例３「仮説検定」




- ○ 導入時の文言は、極力簡略化。
- ○ 仮説検定に係る記述は、複数回に分け、徐々に形式に慣れさせる。
- ○ 「対立仮説」「帰無仮説」は、両側・片側の対比時に紹介。

**遠隔による「統計的な推測」の指導　資料①**

※　★がある問題は，解答欄に途中計算も書いてください。答だけは認めません。

※　答に分数が含まれる場合は約分し，分母に根号が含まれる場合は有理化してください。

※　必要に応じて「電卓」「重要事項」を使ってかまいません。

| 知識・技能 | 思考・判断・表現 | 総得点 |
|---|---|---|
| 点／60 点 | 点／40 点 | 点／100 点 |

1．**知識・技能**【30 点】太枠 1 つにつき，2 点

次の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ソ}$ に入るものを答えなさい。

(1)　2 つの確率変数 $X$，$Y$ が互いに独立で，それぞれの確率分布が次の表で与えられている。

| $X$ | 1 | 4 | 7 | 計 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | 1 |

| $Y$ | 2 | 3 | 4 | 計 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{5}{9}$ | $\frac{2}{9}$ | 1 |

$X$ の期待値は $E(X)=\boxed{ア}$ であり，$Y$ の期待値は $E(Y)=\boxed{イ}$ である。

よって，$E(X+Y)=\boxed{ウ}$，$E(2X+3Y)=\boxed{エ}$，$E(XY)=\boxed{オ}$ である。

| ア | 4 | イ | 3 | ウ | 7 | エ | 17 | オ | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

$X$ の期待値は　$E(X)=1\cdot\frac{1}{3}+4\cdot\frac{1}{3}+7\cdot\frac{1}{3}=\frac{12}{3}=4$

$Y$ の期待値は　$E(Y)=2\cdot\frac{2}{9}+3\cdot\frac{5}{9}+4\cdot\frac{2}{9}=3$

$X+Y$ の期待値は　$E(X+Y)=E(X)+E(Y)=4+3=7$

$2X+3Y$ の期待値は　$E(2X+3Y)=2E(X)+3E(Y)=2\cdot4+3\cdot3=9+8=17$

$XY$ の期待値は　$E(XY)=E(X)\cdot E(Y)=4\cdot3=12$

(2)　1 個のさいころを 72 回投げて，1 の目が出る回数を $X$ とする。

$X$ は二項分布 $B\left(\boxed{カ},\ \boxed{キ}\right)$ に従う。

よって，$X$ の期待値は $\boxed{ク}$，分散は $\boxed{ケ}$，標準偏差は $\boxed{コ}$ である。

| カ | 72 | キ | $\frac{1}{6}$ | ク | 12 | ケ | 10 | コ | $\sqrt{10}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

さいころを 1 回投げて，1 の目が出る確率は $\frac{1}{6}$ であるから，

$X$ は二項分布 $B\left(72,\ \frac{1}{6}\right)$ に従う。 よって，$X$ の期待値は $E(X)=72\cdot\frac{1}{6}=12$，

分散は $V(X)=72\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(1-\frac{1}{6}\right)=12\cdot\frac{5}{6}=10$，標準偏差は $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{10}$

(3)　1 枚の硬貨を 5 回投げて，表が出る回数を $X$ とする。

$X$ は二項分布 $B\left(\boxed{サ},\ \boxed{シ}\right)$ に従う。

確率 $P(X=2)$，$P(X\geqq4)$ を求めると，$P(X=2)=\boxed{ス}$，$P(X\geqq4)=\boxed{セ}$ である。

また，確率 $P(X\leqq3)$ を求めると，$P(X\leqq3)=\boxed{ソ}$ である。

| サ | 5 | シ | $\frac{1}{2}$ | ス | $\frac{5}{16}$ | セ | $\frac{3}{16}$ | ソ | $\frac{13}{16}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

硬貨を 1 回投げて，表の出る確率は $\frac{1}{2}$ であるから，$X$ は二項分布 $B\left(5,\ \frac{1}{2}\right)$ に従う。

$P(X=2)={}_5C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{5-2}=10\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{8}=\frac{5}{16}$

$$P(X\geqq4)=P(X=4)+P(X=5)={}_5C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(1-\frac{1}{2}\right)^{5-4}+{}_5C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5$$
$$=5\cdot\frac{1}{16}\cdot\frac{1}{2}+1\cdot\frac{1}{32}=\frac{5}{32}+\frac{1}{32}=\frac{6}{32}=\frac{3}{16}$$

$P(X\leqq3)=1-P(X\geqq4)=1-\frac{3}{16}=\frac{16}{16}-\frac{3}{16}=\frac{13}{16}$

2．**知識・技能**【30 点】太枠 1 つにつき，2 点

次の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ソ}$ に入るものを答えなさい。

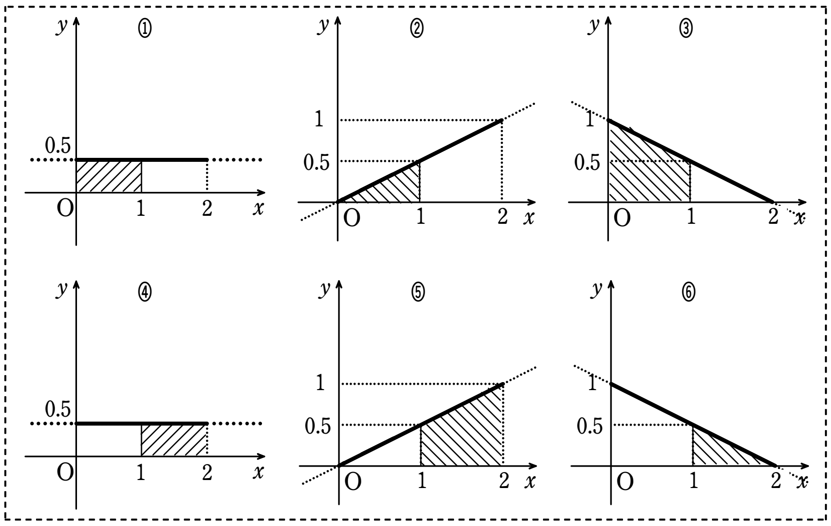
(1)　確率変数 $X$ の確率密度関数 $f(x)$ が次の式で表される。$f(x)=0.5x\ (0\leqq x\leqq2)$

確率 $P(0\leqq X\leqq1)$ は，図⓪～⑥のうち，$\boxed{ア}$ の斜線で表される部分の面積を表す。

よって，$P(0\leqq X\leqq1)=\boxed{イ}$ である。

確率 $P(1\leqq X\leqq2)$ は，図⓪～⑥のうち，$\boxed{ウ}$ の斜線で表される部分の面積を表す。

よって，$P(1\leqq X\leqq2)=\boxed{エ}$ である。




| ア | ② | イ | 0.25 | ウ | ⑤ | エ | 0.75 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

関数 $y=f(x)$ は，原点を通る傾き 0.5 の直線である。

確率 $P(0\leqq X\leqq1)$ は，図⓪～⑥のうち，②の斜線で表される部分の面積を表す。

よって，$P(0\leqq X\leqq1)=1\times0.5\div2=0.25$

確率 $P(1\leqq X\leqq2)$ は，図⓪～⑥のうち，⑤の斜線で表される部分の面積を表す。

よって，$P(1\leqq X\leqq2)=(0.5+1)\times1\div2=0.75$

別解　$P(1\leqq X\leqq2)=2\times1\div2-1\times0.5\div2=1-0.25=0.75$

(2)　確率変数 $Z$ が標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとする。

$P(0\leqq Z\leqq0.5)=p(0.5)=\boxed{オ}$，$P(0\leqq Z\leqq2)=p(2)=\boxed{カ}$ であるから，

$P(0.5\leqq Z\leqq2)=\boxed{キ}$ である。

また，$P(Z\geqq0)=\boxed{ク}$，$P(-1.2\leqq Z\leqq0)=\boxed{ケ}$ であるから，

$P(Z\geqq-1.2)=\boxed{コ}$ である。

| オ | 0.1915 | カ | 0.4772 | キ | 0.2857 |
|---|---|---|---|---|---|
| ク | 0.5 | ケ | 0.3849 | コ | 0.8849 |

正規分布表から，$P(0\leqq Z\leqq0.5)=p(0.5)=0.1915$，$P(0\leqq Z\leqq2)=p(2)=0.4772$

$P(0.5\leqq Z\leqq2)=P(0\leqq Z\leqq2)-P(0\leqq Z\leqq0.5)=p(2)-p(0.5)$
$=0.4772-0.1915=0.2857$

$P(Z\geqq0)=0.5$，$P(-1.2\leqq Z\leqq0)=P(0\leqq Z\leqq1.2)=p(1.2)=0.3849$

$P(Z\geqq-1.2)=P(-1.2\leqq Z\leqq0)+P(Z\geqq0)=p(1.2)+0.5=0.8849$

(3)　確率変数 $X$ が正規分布 $N(30,\ 4^2)$ に従うとする。

$Z=\dfrac{X-\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ とおくと，$Z$ は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うから，

$P(20\leqq X\leqq35)=P\left(\boxed{ス}\leqq Z\leqq\boxed{セ}\right)=\boxed{ソ}$ である。

| サ | 30 | シ | 4 | ス | $-2.5$ |
|---|---|---|---|---|---|
| セ | 1.25 | ソ | 0.8882 | | |

$Z=\dfrac{X-30}{4}$ とおくと，$Z$ は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

$$P(20\leqq X\leqq35)=P\left(\frac{20-30}{4}\leqq\frac{X-30}{4}\leqq\frac{35-30}{4}\right)$$
$$=P(-2.5\leqq Z\leqq1.25)$$
$$=P(-2.5\leqq Z\leqq0)+P(0\leqq Z\leqq1.25)$$
$$=P(0\leqq Z\leqq2.5)+P(0\leqq Z\leqq1.25)$$
$$=p(2.5)+p(1.25)=0.4938+0.3944=0.8882$$

3．**思考・判断・表現**【20点】

赤玉3個と白玉2個が入っているAの袋から3個取り出し，取り出す玉の中に含まれる白玉の個数を $X$ とする。さらに，赤玉2個と白玉2個が入っているBの袋から2個取り出し，取り出す玉の中に含まれる白玉の個数を $Y$ とする。

(1) $X$ のとりうる値は，0，1，2であるから，$X$ の確率分布は下の表のようになる。

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 計 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{6}{10}$ | $\frac{3}{10}$ | 1 |

よって，$X$ の期待値は $E(X)=$ ア ，$X^2$ の期待値は $E(X^2)=$ イ ，$X$ の分散は $V(X)=$ ウ である。ア ～ ウ に入るものを答えなさい。

| ア | $\frac{6}{5}$ △2 | イ | $\frac{9}{5}$ △2 | ウ | $\frac{9}{25}$ △2 |
|---|---|---|---|---|---|

$X$ のとりうる値は，0，1，2である。
各値について，$X$ がその値をとる確率を求めると

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 計 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{6}{10}$ | $\frac{3}{10}$ | 1 |

$P(X=0)=\frac{{}_3C_3}{{}_5C_3}=\frac{1}{10}=\frac{1}{10}$

$P(X=1)=\frac{{}_3C_2\cdot{}_2C_1}{{}_5C_3}=\frac{3\cdot2}{10}=\frac{6}{10}$　　$P(X=2)=\frac{{}_3C_1\cdot{}_2C_2}{{}_5C_3}=\frac{3\cdot1}{10}=\frac{3}{10}$

よって，$X$ の確率分布は右上の表のようになる。

$X$ の期待値は　$E(X)=0\cdot\frac{1}{10}+1\cdot\frac{6}{10}+2\cdot\frac{3}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$

$X^2$ の期待値は　$E(X^2)=0^2\cdot\frac{1}{10}+1^2\cdot\frac{6}{10}+2^2\cdot\frac{3}{10}=\frac{18}{10}=\frac{9}{5}$

よって，$X$ の分散は　$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{9}{5}-\left(\frac{6}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$

★ (2) (1)と同様に考えて，$Y$ の分散 $V(Y)$ を求めなさい。

$Y$ のとりうる値は，0，1，2である。
各値について，$X$ がその値をとる確率を求めると

$P(Y=0)=\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}=\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$

$P(Y=1)=\frac{{}_2C_1\cdot{}_2C_1}{{}_4C_2}=\frac{2\cdot2}{6}=\frac{4}{6}$

$P(Y=2)=\frac{{}_2C_2}{{}_4C_2}=\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$

よって，$Y$ の確率分布は下の表のようになる。

| $Y$ | 0 | 1 | 2 | 計 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{4}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | 1 |

△4

$Y$ の期待値は　$E(Y)=0\cdot\frac{1}{6}+1\cdot\frac{4}{6}+2\cdot\frac{1}{6}=1$ △2

$Y^2$ の期待値は　$E(Y^2)=0^2\cdot\frac{1}{6}+1^2\cdot\frac{4}{6}+2^2\cdot\frac{1}{6}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$ △2

よって，$Y$ の分散は　$V(Y)=E(Y^2)-\{E(Y)\}^2=\frac{4}{3}-1^2=\frac{1}{3}$ △2

※　確率分布に誤りがある場合や確率分布がない場合の配点は，次の通りとする。

$Y$ のとりうる値が0，1，2のみであることが読み取れて △1

$P(Y=0)=\frac{1}{6}$ を求めて △1

$P(Y=1)=\frac{4}{6}$ を求めて △1

$P(Y=2)=\frac{1}{6}$ を求めて △1

★ (3) $X$，$Y$ は互いに独立である。$X+Y$ の分散と標準偏差を求めなさい。

$X$，$Y$ は互いに独立であるから，$X+Y$ の分散は

$V(X+Y)=V(X)+V(Y)=\frac{9}{25}+\frac{1}{3}=\frac{52}{75}$ △2

また，$X+Y$ の標準偏差は

$\sigma(X+Y)=\sqrt{V(X+Y)}=\sqrt{\frac{52}{75}}=\frac{2\sqrt{13}}{5\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{13}\cdot\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{39}}{15}$ △2

4．**思考・判断・表現**【14点】

1個のさいころを1800回投げて，2以下の目が出る回数を $X$ とする。

(1) $X$ は二項分布 $B($ ア ，イ $)$ に従うから，$X$ の期待値 $m$ と標準偏差 $\sigma$ を求めると，$m=$ ウ ，$\sigma=$ エ である。ア ～ エ に入るものを答えなさい。

| ア | 1800 △2 | イ | $\frac{1}{3}$ △2 | ウ | 600 △2 | エ | 20 △2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

2以下の目が出る確率は $\frac{1}{3}$ で，$X$ は二項分布 $B\left(1800,\ \frac{1}{3}\right)$ に従う。

$X$ の期待値 $m$ と標準偏差 $\sigma$ は　$m=1800\times\frac{1}{3}=600$，$\sigma=\sqrt{1800\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}=20$

★ (2) 確率 $P(555\leqq X\leqq565)$ を，標準正規分布 $N(0,\ 1)$ で近似する方法で求めなさい。

$Z=\frac{X-600}{20}$ △2 は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

求める確率は

$$\begin{aligned}P(555\leqq X\leqq565)&=P\left(\frac{555-600}{20}\leqq\frac{X-600}{20}\leqq\frac{565-600}{20}\right)\\&=P(-2.25\leqq Z\leqq-1.75)\ △2\\&=P(1.75\leqq Z\leqq2.25)\\&=P(0\leqq Z\leqq2.25)-P(0\leqq Z\leqq1.75)\\&=p(2.25)-p(1.75)\\&=0.4878-0.4599\\&=0.0279\ △2\end{aligned}$$

5．**思考・判断・表現**【6点】

★　ある市の高校2年生女子1000人の身長は，平均157.0 cm，標準偏差6.5 cmである。身長の分布を正規分布とみなすとき，身長の高い方から50番目の中に入るには，何cm以上あればよいか。<u>小数第2位を切り捨てて，小数第1位まで求めなさい。</u>

身長を $X$ cmとする。$X$ が正規分布 $N(157.0,\ 6.5^2)$ に従うとき，

$Z=\frac{X-157.0}{6.5}$ △2 は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

$P(X\geqq u)=\frac{50}{1000}=0.05$ となる $u$ を求める。

$$\begin{aligned}P\left(\frac{X-157.0}{6.5}\geqq\frac{u-157.0}{6.5}\right)&=P\left(Z\geqq\frac{u-157.0}{6.5}\right)\\&=P(Z\geqq0)-P\left(0\leqq Z\leqq\frac{u-157.0}{6.5}\right)\\&=0.5-p\left(\frac{u-157.0}{6.5}\right)\end{aligned}$$

だから，

$0.5-p\left(\frac{u-157.0}{6.5}\right)=0.05$

$p\left(\frac{u-157.0}{6.5}\right)=0.45$ △2

正規分布表から　$p(1.64)=0.4495$

よって，$\frac{u-157.0}{6.5}\geqq1.64$

$u\geqq1.64\times6.5+157.0=167.66$

小数第2位を切り捨てるから，167.6 cm以上あればよい。△2

## 遠隔による「統計的な推測」の指導　資料②

※　★がある問題は，解答欄に途中計算も書いてください。答だけは認めません。□内のカタカナが同じところは，共通のものが入ります。

※　答に分数が含まれる場合は約分し，分母に根号が含まれる場合は有理化してください。

※　必要に応じて「電卓」「重要事項」を使ってかまいません。

| 知識・技能 | 思考・判断・表現 | 総得点 |
|---|---|---|
| 点／60 点 | 点／40 点 | 点／100 点 |

**1．** **知識・技能**【28 点】太枠 1 つにつき，2 点

(1)　統計的な調査において，調査の対象全体からデータを集めて調べる方法を全数調査といい，その一部を抜き出して調べる方法を標本調査という。次の調査は全数調査，標本調査のどちらか。全数調査は **全** ，標本調査は **標** と答えなさい。

A　学校での体重調査　　B　地球の大気中に含まれる酸素の割合の調査

C　乾電池の寿命の調査　　D　空港の手荷物の調査

| A | | B | | C | | D | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 全 | B | 標 | C | 標 | D | 全 |

A　普通は全員の体重を測定する。よって，全数調査である。

B　地球の大気全部を調べることはできない。よって，標本調査である。

C　全部の乾電池を使って調べてしまうと売り物の乾電池がなくなってしまうため，一部を取り出して調べるのが適切であるといえる。よって，標本調査

D　空港の手荷物の調査は，危険物が 1 つでも持ち込まれてしまうとその目的が果たされないため，対象者全員に行われる必要がある。よって，全数調査

(2)　1，2，3，4，5 の数字を記入した 5 枚のカードがある。これを母集団とし，大きさ 3 の標本を抽出するとき，次の各場合について標本の総数を求めなさい。ただし，抜き出した順序を区別する。

A　復元抽出　　　B　非復元抽出

| A | 125 | B | 60 |
|---|---|---|---|

A　$5^3=5\cdot5\cdot5=125$　　B　${}_5P_3=5\cdot4\cdot3=60$

(3)　ある県の 17 歳男子の身長は，平均 171.3 cm，標準偏差 5.4 cm である。この母集団から無作為に 100 人の標本を抽出するとき，その標本平均を $\overline{X}$ とする。

A　$\overline{X}$ の期待値を求めなさい。　　B　$\overline{X}$ の標準偏差を求めなさい。

| A | $E(\overline{X})=171.3$　(cm) | B | $\sigma(\overline{X})=0.54$　(cm) |
|---|---|---|---|

母平均 $m=171.3$，母標準偏差 $\sigma=5.4$ の母集団から大きさ $n=100$ の無作為標本を抽出するから，

A　$\overline{X}$ の期待値は　$E(\overline{X})=m=171.3$ (cm)

B　$\overline{X}$ の標準偏差は　$\sigma(\overline{X})=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=\dfrac{5.4}{\sqrt{100}}=0.54$ (cm)

(4)　次の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{カ}$ に入るものを答えなさい（計算過程不可）。

ある県の高校 2 年生を対象に実施された学力テストについて，その得点の分布は，平均 58 点，標準偏差 9.6 点の正規分布に従うという。この母集団から無作為に 64 人の標本を抽出したとき，その標本平均 $\overline{X}$ が 55 点以上 61 点以下である確率および 61 点以上である確率を求める。

条件から，$Z=\dfrac{\overline{X}-\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

したがって，求める確率は

$P(55\leqq\overline{X}\leqq61)=P\left(\boxed{ウ}\leqq Z\leqq\boxed{エ}\right)=\boxed{オ}$

$P(\overline{X}\geqq61)=P\left(Z\geqq\boxed{エ}\right)=\boxed{カ}$

である。

| ア | 58 | イ | 1.2 | ウ | −2.5 |
|---|---|---|---|---|---|
| エ | 2.5 | オ | 0.9876 | カ | 0.0062 |

$n=64$，$\sigma=9.6$ であるから　$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=\dfrac{9.6}{\sqrt{64}}=\dfrac{9.6}{8}=1.2$

$m=58$ であるから，$Z=\dfrac{\overline{X}-58}{1.2}$ は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

したがって，求める確率は

$$P(55\leqq\overline{X}\leqq61)=P\left(\frac{55-58}{1.2}\leqq\frac{\overline{X}-58}{1.2}\leqq\frac{61-58}{1.2}\right)=P(-2.5\leqq Z\leqq2.5)$$
$$=P(-2.5\leqq Z\leqq0)+P(0\leqq Z\leqq2.5)=P(0\leqq Z\leqq2.5)+P(0\leqq Z\leqq2.5)$$
$$=p(2.5)+p(2.5)=0.4938+0.4938=0.9876$$

$$P(\overline{X}\geqq61)=P\left(\frac{\overline{X}-58}{1.2}\geqq\frac{61-58}{1.2}\right)=P(Z\geqq2.5)=0.5-p(2.5)=0.5-0.4938$$
$$=0.0062$$

**2．** **知識・技能**【32 点】太枠 1 つにつき，2 点

(1)　大量生産されたある製品の中から，100 個を無作為抽出して長さを調べたところ，平均値が 105.4 cm であった。母標準偏差を 1.5 cm として，この製品の長さの母平均 $m$ cm に対して信頼度 95 % の信頼区間を求めなさい。ただし，<u>小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位まで求めなさい。</u>　↓［ 105.106 ，105.694 ］は △1

| |
|---|
| ［　105.1 △1，　105.7 △1］　　ただし，単位は cm |

標本の平均値は $\overline{x}=105.4$，母標準偏差は $\sigma=1.5$，標本の大きさは $n=100$ だから

$1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=1.96\cdot\dfrac{1.5}{\sqrt{100}}=1.96\cdot\dfrac{1.5}{10}=0.294\fallingdotseq0.3$

よって，求める信頼区間は　[105.4−0.3，105.4+0.3]

すなわち　[105.1，105.7]　ただし，単位は cm

(2)　次の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ウ}$ に入るものを答えなさい（計算過程不可）。

ある県の 18 歳女子の身長の標準偏差は 7.5 cm であるという。この県の 18 歳女子の身長の平均値を信頼度 95 % で推定するために，何人かを抽出して調査したい。信頼区間の幅を 2 cm 以下にするためには，何人以上調査すればよいかを求める。

標準偏差を $\sigma$ とおく。$n$ 人以上調査すればよいとすると，この県の 18 歳女子の身長の平均値に対する信頼度 95 % の信頼区間の幅は $\boxed{ア}$ と表される。

$\boxed{ア}$ の選択肢

⓪ $1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$　① $2\cdot1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$　② $1.96\cdot\dfrac{\sigma}{2\sqrt{n}}$　③ $1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{2n}}$

$\sigma=7.5$ であるから，$\boxed{ア}\leqq2$ とすると　$\sqrt{n}\geqq\boxed{イ}$

$n$ は自然数であるから，$\boxed{ウ}$ 人以上調査すればよい。

| ア | ① | イ | 14.7 | ウ | 217 |
|---|---|---|---|---|---|

題意の信頼区間の幅は　$\left(\overline{X}+1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)-\left(\overline{X}-1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=2\cdot1.96\cdot\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\sigma=7.5$ であるから，$2\cdot1.96\cdot\dfrac{7.5}{\sqrt{n}}\leqq2$ とすると　$\sqrt{n}\geqq14.7$

両辺を 2 乗して　$n\geqq216.09$　　したがって，217 人以上調査すればよい。

(3)　仮説検定に関する次の記述について，問いに答えなさい。

ある 1 枚のコインを 400 回投げたところ，表が 221 回出た。このコインは，表と裏の出やすさに偏りがあると判断してよいかを有意水準 5 % で検定する。

表が出る確率を $p$ とする。

表と裏の出やすさに偏りがあるなら，$p\neq\boxed{エ}$ である。ここで，「表と裏の出やすさに $\boxed{①}$ 」，すなわち $p=\boxed{エ}$ という仮説を立てる。この仮説が正しいとすると，400 回のうち表が出る回数 $X$ は，二項分布 $B\left(\boxed{オ},\ \boxed{カ}\right)$ に従う。

$X$ の期待値 $m$ と標準偏差 $\sigma$ は　$m=\boxed{キ}$，$\sigma=\boxed{ク}$

よって，$Z=\dfrac{X-\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

ここで，有意水準 5 % の棄却域は　$Z\leqq-1.96$　または　$1.96\leqq Z$

$X=221$ のとき $Z=\boxed{サ}$ であり，この値は棄却域に入 $\boxed{②}$ から，仮説を棄却でき $\boxed{③}$ 。すなわち，このコインは表と裏の出やすさに偏りがあると $\boxed{④}$ 。

A　$\boxed{エ}$ ～ $\boxed{サ}$ に入るものを答えなさい（計算過程不可）。

| エ | $\dfrac{1}{2}$ | オ | 400 | カ | $\dfrac{1}{2}$ | キ | 200 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ク | 10 | ケ | 200 | コ | 10 | サ | 2.1 |

$m=400\cdot\dfrac{1}{2}=200$，$\sigma=\sqrt{400\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\left(1-\dfrac{1}{2}\right)}=\sqrt{100}=10$

$X=221$ のとき $Z=\dfrac{221-200}{10}=2.1$

↓ ④　「判断」という表現が含まれないものは不可。

B　$\boxed{①}$ ～ $\boxed{④}$ に入る言葉を答えなさい。

| ① | 偏りがない | ② | る |
|---|---|---|---|
| ③ | る | ④ | 判断してよい |

3．**思考・判断・表現**【16 点】

1，2，2，2，2，3，3，3，4，4 の数字を記入した 10 枚のカードが袋の中にある。これを母集団とし，カードの数字を変量とするとき，次の問いに答えなさい。

(1) 母集団から 1 枚のカードを無作為に抽出し，変量 $x$ の値を $X$ とする。
$X$ の確率分布，すなわち母集団分布を求めなさい（解答欄の表を完成させなさい）。

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 計 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{4}{10}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{2}{10}$ | 1 |

完全解答 4

★ (2) 母平均 $m$，母標準偏差 $\sigma$ を求めなさい。

母平均 $m$ は

$$m=E(X)=1\cdot\frac{1}{10}+2\cdot\frac{4}{10}+3\cdot\frac{3}{10}+4\cdot\frac{2}{10}=\frac{1+8+9+8}{10}=\frac{26}{10}=\frac{13}{5}$$ 2

$$E(X^2)=1^2\cdot\frac{1}{10}+2^2\cdot\frac{4}{10}+3^2\cdot\frac{3}{10}+4^2\cdot\frac{2}{10}=\frac{1+16+27+32}{10}=\frac{76}{10}$$ 2

$$\sigma^2=V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{76}{10}-\left(\frac{13}{5}\right)^2=\frac{38}{5}-\frac{169}{25}=\frac{190-169}{25}=\frac{21}{25}$$ 2

よって，母標準偏差 $\sigma$ は

$$\sigma=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{21}{25}}=\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{25}}=\frac{\sqrt{21}}{5}$$ 2

別解 $$\sigma^2=1^2\cdot\frac{1}{10}+2^2\cdot\frac{4}{10}+3^2\cdot\frac{3}{10}+4^2\cdot\frac{2}{10}-m^2=\frac{38}{5}-\left(\frac{13}{5}\right)^2=\frac{38}{5}-\frac{169}{25}=\frac{190-169}{25}=\frac{21}{25}$$ 4

よって，母標準偏差 $\sigma$ は $\sigma=\sqrt{\frac{21}{25}}=\frac{\sqrt{21}}{5}$ 2

(3) 無作為に 1 枚ずつ 3 枚の標本を復元抽出する。標本平均 $\overline{X}$ の期待値 $E(\overline{X})$ と標準偏差 $\sigma(\overline{X})$ を求めなさい。

| | |
|---|---|
| $E(\overline{X})=\frac{13}{5}$ 2 | $\sigma(\overline{X})=\frac{\sqrt{7}}{5}$ 2 |

期待値 $E(\overline{X})=m=\frac{13}{5}$

標準偏差 $\sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{21}}{5}=\frac{\sqrt{7}}{5}$

4．**思考・判断・表現**【24 点】

仮説検定に関する次の記述について，問いに答えなさい。

(1) 350 g 入りと表示されたお菓子の袋の山から，無作為に 100 袋を抽出して重さを調べたところ，平均値が 349.43 g であった。母標準偏差が 3.8 g であるとき，1 袋あたりの重さは表示通りでないと判断してよいかを有意水準 5 % で検定する。

無作為抽出した 100 袋について，重さの標本平均を $\overline{X}$ とする。

ここで，「母平均 $m$ について $m=$ ア である」…＊ という仮説を立てる。

$\overline{X}$ の期待値 $E(\overline{X})$ と標準偏差 $\sigma(\overline{X})$ は $E(\overline{X})=$ イ，$\sigma(\overline{X})=$ ウ

よって，$Z=\frac{\overline{X}-\boxed{エ}}{\boxed{オ}}$ は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

ここで，有意水準 5 % の棄却域は $Z\leqq-1.96$ または $1.96\leqq Z$

$\overline{X}=349.43$ のとき $Z=$ カ であり，この値は棄却域に入 ① から，仮説を棄却でき ② 。すなわち，1 袋あたりの重さは表示通りでないと ③ 。

A ア ～ カ に入るものを答えなさい（計算過程不可）。

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ア | 350 2 | イ | 350 2 | ウ | 0.38 2 |
| エ | 350 2 | オ | 0.38 2 | カ | −1.5 2 |

$E(\overline{X})=m=350$，$\sigma(\overline{X})=\frac{3.8}{\sqrt{100}}=\frac{3.8}{10}=0.38$

$\overline{X}=349.43$ のとき $Z=\frac{349.43-350}{0.38}=\frac{-0.57}{0.38}=-1.5$

B ① ～ ③ に入る言葉を答えなさい。

| | | | |
|---|---|---|---|
| ① | らない 2 | ② | ない 2 |
| ③ | は判断できない 2 | | |

③ 「判断」という表現が含まれないものは不可。

(2) (1) と同じお菓子の袋の山から，もう一度無作為に 100 袋を抽出して重さを調べたところ，今度は平均値が 350.63 g であった。母標準偏差が 3.8 g であるとき，1 袋あたりの重さは表示より重いと判断してよいかを有意水準 5 % で検定したい。

A この仮説検定における棄却域として適切なものは次のどれか。下の⓪～②から 1 つ選び，番号で答えなさい。

⓪ $Z\leqq-1.96$ または $1.96\leqq Z$ ① $Z\leqq-1.64$ ② $1.64\leqq Z$

② 2

★ B この仮説検定で立てた仮説は(1) の＊と同じとする。この問題に対する解答の記述のうち，上記の に相当する部分について，必要な内容を適宜補って完成させなさい。

$\overline{X}=350.63$ のとき，

$Z=\frac{350.63-350}{0.38}=\frac{0.63}{0.38}=1.65\cdots$ 1

であり，この値は棄却域に入るから，仮説を棄却できる。 1 1

すなわち，1 袋あたりの重さは表示より重いと判断してよい。 1