

数学教育における私の実践

北海道札幌西陵高等学校

上山 功夫

1

資料説明 1 2

学習内容の統合化に関する資料

- 学習指導案
- 学習内容の構造化

2

資料説明 3 ~ 5

昭和60年高教研発表レポート

- ソシオメトリーを活用したグループ学習
- 板書の工夫
- 公式暗記の指導

3

資料説明 6

筑波大学大学院修士論文 「習熟度別学級編成に関する一考察」より抜粋

- 学級編成パターンとその成果の比較

4

資料説明 7 の左

十勝管内高校数学教育研究会の発表に関する 北海道新聞のインタビュー記事

- 筑波大学大学院の研修内容を発表

5

資料説明 7 ~ 9

筑波大学大学院教育学系学校教育論集

「教育内容に問われている基礎的
基本的事項とは何か
～ 算数・数学教育の場合～」

6

資料説明 10

渡島管内高等学習指導研究会
講演内容

「高等学校の学習指導改善の方途」

7

資料説明 11 ~ 14

北海道立教育研究所
研究紀要第107号

「学習指導における情意形成」
より抜粋

8

資料説明 15 ~ 18

北空知高等学校連盟
数学サークル研修会講演

「教育相談の手法を取り入れた授業
の進め方」

9

資料説明 19 ~ 22

北海道立教育研究所
研究紀要第115号

「自己教育力を育てる学習指導」
より抜粋

10

資料説明 23 ~ 25

「北海道教育」第115号への
投稿論文

「学習指導における小・中・高の連携」
～主体的に学ぶ
児童・生徒の数学教育

11

資料説明 26 ~ 28

十勝管内
高等学校数学教育研究会講演

「豊かな心を育成する数学教育」

12

資料説明 29 ~ 30

北海道通信新春インタビュー記事

「個性化教育をどう進めるか」

資料説明 31 ~ 32

高等学校入学者選抜
学力検査問題の改善

- 暗記した知識の再生でなく思考を求めた
- 日常生活で数学を活用する場面を素材にした
- 文章を読む力, 数学的に処理する力を求めた
- 空間図形を素材として想像力を求めた
- 中学校の授業中の操作活動の習熟を調べた
- 領域の融合問題により思考力を求めた
- 問題を作る問題により発散的思考を求めた

数学教育への疑問

1. 高校時代

- 数学(受験勉強)は何のためにするのか

2. 大学時代

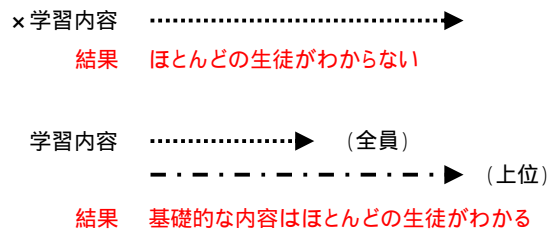
- 数学の学問的な追究はどこまで続くのか
- 数学を学ぶことは何の役に立つのか
- 数学における人間形成とは何か

3. 新得時代

- 就職希望の生徒に対する数学教育とは何か
- 数学教育の基礎基本とは何か
- 習熟度の個人差に対応する数学教育は

数学教育における私の実践

新得高校における「数学」の指導



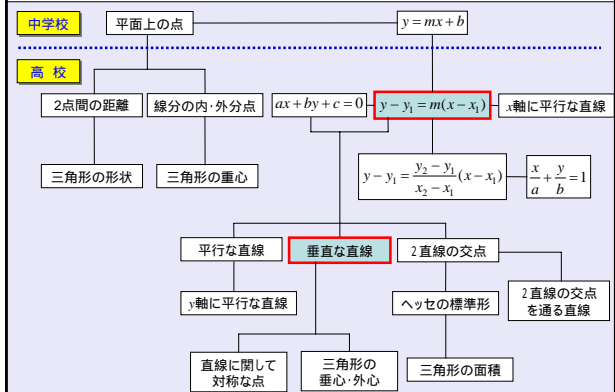
帯広柏葉高校における実践と
その後の研究の関連

教材の統合

教科書	傍用問題集	参考書
例題	STEP 1	基本事項
問	STEP 2	解説
練習	STEP 3	例題
節末問題	STEP 4	練習

これらの教材を学習内容ごとに束ねて授業を行った

単元「点と直線」の学習内容の構造分析



「確率統計」の指導案【導入】

課題の把握
(復習)
1枚の硬貨を2回続けて投げるときに出る表の回数の確率分布を求める(前時学習内容)

回	確率
0	1/4
1	1/2
2	1/4
計	1

見直し
確率分布Xを用いた確率分布を学ぶ

「確率統計」の指導案【展開】

(ex1) 1枚の硬貨を3回続けて投げるときに出る表の回数Xの確率分布を求める(自作問題)

回	確率
0	
1	
2	
3	
計	

(ex2) 1個のさいころを2回振るとき、1の目が出る回数Xの確率分布を求めよ。(自作問題)
ex1, 2から共通法則を見つける

「確率統計」の指導案【整理】

学習内容の一般化
確率分布の性質・記号の意味を学ぶ
記号 $P(X=X_k)$, $P(X_k)$, P_k
性質
 $P_1, 0, P_2, 0, \dots, P_n, 0$
 $P_1 + P_2 + \dots + P_n = 1$

類似問題への適用
(練習1) 白玉5個, 黒玉3個が入っている袋の中から玉を4個取り出すとき, 白玉の出る個数Xの確率分布を求める
(発展問題) 2個のさいころを同時に投げるとき, 出る目の差の絶対値Xの確率分布を求める(節末問題)
次時の学習の予告

「1次関数」の単元構造図

進度マップA 「1次関数」

第1ステップ いろいろな現象から伴って変わる2つの量を見つける
小中学校からいろいろな場面で学習してきました

中学1年では... 比例・反比例になる場合を見つけてきた
そして中学2年で... 1次関数になるものを見つけます
...ということは 中学3年では 2次関数?
...ほかどんな関数がアルゴリズムか

1. 1次関数
第2ステップ §1 1次関数って何だろう? 係数とは, 定数項とは
第3ステップ §2 1次関数の変化の様子 変化の割合とはさて何だろう?
第4ステップ §3 1次関数とグラフ 君はグラフがかけか!

2. 1次関数と2元1次方程式
第7ステップ §1 2元1次方程式のグラフ 1次関数と1次方程式にはある関係があった! それは...
第8ステップ §2 連立2元1次方程式の解とグラフ 連立方程式にはもう一つの意味があった. 解のない方程式の秘密!

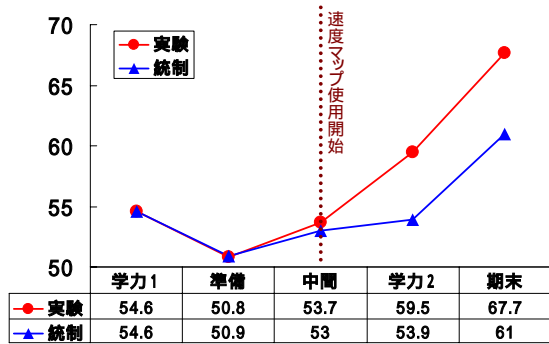
第5,6ステップ §4 1次関数の式の求め方 いろいろな条件から式を求めてみよう

関数の理解を深める

進度マップB 「1次関数」

【第1ステップ】 伴って変わる2つの量を表で表わすことができる。
【第2ステップ】 1次関数の意味と変化の割合がわかる。
【第3ステップ】 1次関数の変化の割合の特徴がわかる。
【第4ステップ】 1次関数のグラフをかくことができ, 傾きや切片がわかる。
【第5ステップa】 傾きと切片から1次関数の式を求めることができる。
【第5ステップb】 傾き(変化の割合)と1点から1次関数の式を求めることができる。
【第5ステップc】 2点から1次関数の式を求めることができる。

平均点の推移



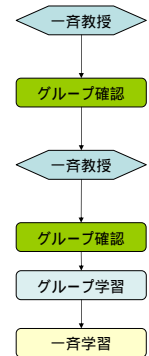
25

授業計画

1. 直線 $ax+by+c=0$ と平行なベクトルの一つが $u=(b, -a)$ であることを示す。
2. 2直線 $a_1x+b_1y+c_1=0$, $a_2x+b_2y+c_2=0$ のなす角の一つを θ とし,
 $u_1=(b_1, -a_1)$ $u_2=(b_2, -a_2)$
 とすると

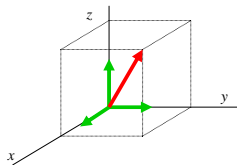
$$\cos \theta = \frac{\overline{u_1 \cdot u_2}}{|u_1| |u_2|} \quad (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ)$$
 であることを示す。

練習13 次の2直線のなす角を求めよ。
 $x + \sqrt{3}y + 1 = 0$, $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$



板書の工夫 その1 色チョークの工夫

「1つの空間ベクトルは基本ベクトルで表せる」



$$\frac{d}{dx} \int_a^x (x-t) f(t) dt$$

「5つの異なる色の球が...」



t の積分であることがはっきりする



板書の工夫 その2 仮定と結論の板書

「提灯を持ってお迎えにゆく」

「...であるようにA, B, Cをとるとき, 「3点A, B, Cが同一直線上にある」を証明する問題」

解 ...であるから

$$\overline{AB} =$$

$$\overline{AC} =$$

$$\therefore \overline{AB} = t \overline{AC} \quad (t \text{ は実数})$$

$$\therefore \overline{AB} \parallel \overline{AC}$$

ゆえに 3点A, B, Cが同一直線上にある

28

板書の工夫 その3 繰り上げスタート

次の方程式を解け。

$$2x^2 - 3x > 2 \quad \dots \quad x^2 - 2 \quad 2x \quad \dots$$

解 より $2x^2 - 3x - 2 > 0$, $(x-2)(2x+1) > 0$

$$\text{よって } x < -\frac{1}{2}, 2 < x \quad \dots$$

第1段階

$$\text{より } x^2 - 2x - 2 = 0, x^2 - 2x - 2 = 0 \text{ の解は } x = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{よって } 1 - \sqrt{3} < x < 1 + \sqrt{3} \quad \dots$$

第2段階

より

$$1 - \sqrt{3} < x < -\frac{1}{2}, 2 < x < 1 + \sqrt{3}$$

29

板書の工夫 その4 穴埋め式板書

第15項が33, 第45項が153である等差数列がある。217はこの数列の第何項か。

この数列の初項を a , 公差を d , 第 n 項を a_n とすると

$$a_n = a + \square d$$

$$a_{15} = 33, a_{45} = 153 \text{ であるから}$$

$$33 = a + \square d$$

$$153 = a + \square d$$

これを解いて $a = \square$, $d = \square$

$$a_n = \square$$

217が第 n 項であるとすると

$$\square = 217$$

$$n = \square$$

したがって, 217はこの数列の第 \square 項である。

30

板書の工夫 その5 公式暗記法

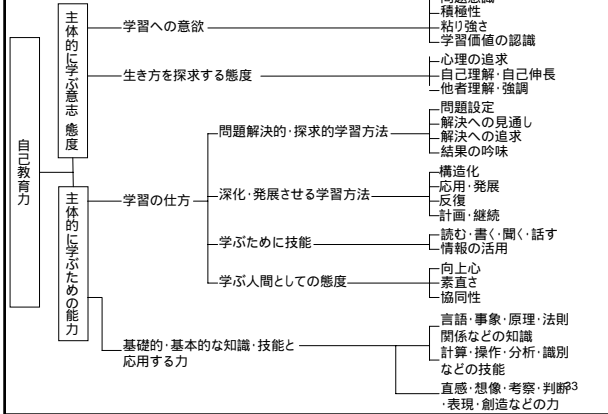
- 1 等比数列 $8, 16, 32, \dots, 2^{n-2}$ の和を求めよ。
 等比数列の和の公式
 初項 a , 公比 r , 項数 n のとき $\frac{a(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow$ 初項 $(1 - \text{公比}^{\text{項数}})$
 $\frac{a}{1-r}$
- 2 $\vec{a} = (a_1, a_2), \vec{b} = (b_1, b_2)$ のとき
 $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$
 ベクトルの大きさは各成分の平方の和の平方根
 内積は同じ成分どうしの積の和
- 3 $\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow a_1b_2 - a_2b_1 = 0$
 $\vec{a} // \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b}$ の成分の比が等しい $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$
 \vec{a} と \vec{b} のなす角 θ をとるとする
 $\cos \theta = \frac{a_1b_1 + a_2b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2}} \Rightarrow$ 内積
 ベクトルの大きさの積

31

予習プリントを活用する授業

学 習 課 程	教 師 の 働 き か け	学 習 形 態 (時 間)
復 習	本時に関する一項の復習	一 斉 (5 分)
予習プリントの答え合わせ	机 間 指 導	グ ル ー プ (1 5 分)
答 え の 板 書	板 書 する 班 を 指名	グ ル ー プ (5 分)
板 書 内 容 の 確 認	板 書 内 容 の 補 足 説明	一 斉 (1 0 分)
補 充 プ リ ン ト の 学 習	机 間 指 導	グ ル ー プ (1 0 分)
予 習 プ リ ン ト の 内 容 把 握	次 の 予 習 プ リ ン ト の 説明	一 斉 (5 分)

自己教育力の構造



発達段階に応じて重視すべき学習の仕方

高等学校

発達の特徴	問題解決 探求的学習方法	深化・発展させる学習方法		学ぶための技能	学ぶ人間としての態度
		学校	家庭・地域		
<ul style="list-style-type: none"> 進路の分化 形式的操作 仮説的な演繹的推論 構造的・閉鎖的な社会事象把握 客観的思考 身体的成長の完成 「生きること」の意味の探求 親友との出会い 	<ul style="list-style-type: none"> 学習のねらいを把握し、学習内容に自ら問を持つ 体験や奇襲事項をもとに解決の見通しを持つ 必要な情報を選択・活用し、効率的な方法によって追求する 学習結果を検証し、新しい問題に発展させる 	<ul style="list-style-type: none"> 基本的な学習内容と付随的学習内容を分類して学習する 	<ul style="list-style-type: none"> 計画に基づいて継続的に学習する 習熟・定着するまで学習を反復する 個性に合った得意科目を作る 	<ul style="list-style-type: none"> 主題や論旨を的確にとらえて読む 相手の話の要旨を的確におさえながら聞く 必要な情報を収集・整理し、科学的に分析する 目的や場に応じて話す 論説文を書く 	<ul style="list-style-type: none"> 社会事象の総合的分析に関心を持つ 最適な方法を選択して解決に努力する 「生き方」について思索する 友人と共に自己確立に努める

発達段階に応じた算数・数学科指導

高等学校

<ul style="list-style-type: none"> グラフ・表・図などを使って、問題を明確に読みとる 複数の既習事項をよりどころに、解決の見通しを立てる 条件を記号や式で簡潔に表しながら追求する 発送の転換を図り、行き詰まりを突破する 結果を多角的・総合的に吟味し、新しい問を発見する 	<ul style="list-style-type: none"> 一人一人の生徒の実態に応じた指導を工夫する 生涯学習のためのミニマム・エッセンスを踏まえた指導をする 既習事項を発想させ、思考が常に続くような発問・説明をする 家庭学習と授業を一体化させ、ひとり学習の時間を多くする グループで教えあう時間を設定する 学習内容に応じて、コンピュータを活用する学習活動を取り入れる
--	--