

「(2次)関数の導入ってどう指導していますか？」

北海道有朋高等学校(単位制) 信田 匡哉

1. はじめに

有朋高校で勤務して4ヶ月ほど経ちました。本校は様々な事情を抱えた生徒が多いため、思っていた以上に指導の大変さを感じています。授業準備も「さあ一体どうしたらいいものか？」と思う毎日…。そんなときに数実研MLが運用されたのはまさに「渡りに船」でした。MLの概要や内容については他のレポート等で紹介があると思いますので省略しますが、初めて知ることや改めて学ぶことも多く、大変勉強になっています。今回はMLで質問をしようと思っていたことを発表(というよりは質問)して色々なアドバイスをもらえればと思います。

2. MLでの質問

基礎レベルでの(2次)関数の導入について次のような点について皆さんはどのように実践されているか(実践するか)教えてください。よろしくお願いします。

- (1) 2次関数の導入はどのようにしていますか？
- (2) 関数のグラフをかくことの指導をするときに意識させていることは何ですか？

3. 現在の教材研究の進捗状況

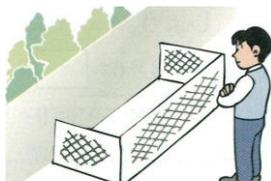
(1) (2次)関数の導入をどのようにするか？

多くの教科書は2次関数の導入として具体的な(2次)関数の例をあげて、「関数」「定義域」「値域」などの用語の確認をしています。これまでは教科書にあるとおりそのまま説明するか、用語に関しては深追いをせずに学習が進んでいく中で生徒の様子をみながら用語の確認をしたりしてきました。

今年は上位科目(基礎力があり、進学を希望している生徒が受講する科目)である「数学Ⅰ」において、熊倉教授(静岡大学)の論文(※1)にある事例で、現在いくつかの教科書にも掲載されているものをアレンジした次の問いで導入をしました。(※基礎講座で使用している教科書でも最大・最小の応用で似た問題が取り上げられています。)

問題

長さが9mの金あみを折り曲げて壁につけ、長方形(正方形も含む)の囲いを作り、ゴミステーションを作りたい。囲いの面積を最大にするには、壁に垂直な部分の長さを何mにすればよいか。



直感的には(縦):(横)=1:1に折り曲げるという予想が出ます。ただ、いくつかの整数値をとることでもっと面積が大きくなる場所があることに気づきます。そこで「でも、もっと中途半端なところで曲げたら大きくなることはないのでしょうか？また、今のように1つ1つ計算をして比べないと答えは見つけれないのでしょうか？」と投げかけることでうまく2次関数を学習する

ための目的（の1つ）を作ることができました。しかし基礎講座を受講しているの生徒の実態を考えたときに果たしてこれでうまくいくのか…。

そこで基礎講座を受講している生徒の実態を考えたときに、中学校段階ではどんな例をあげて関数の導入をするかをヒントにしようと思いました。さっそく自分の手元にある数社の中学校の教科書（※3）の最初の題材を比較すると次のようになっていました。

| | 1年 比例・反比例 | 2年 1次関数 | 3年 2次関数 |
|-----------------|--|---|---|
| 学校図書 H30 発行 | 長方形の窓を開けたとき、 の開けた部分の横の長さ と周囲の長さについて | 鍾乳洞の数年後の鍾乳石の 長さについて ※初期条件として鍾乳石の 長さが0としていない | ボールを斜面で転がし、転 がり始めてからの時間と転 がる距離について ※実験の様子は図がある |
| 教育出版 H28 発行 | 長方形の窓を開けたとき、 の開けた部分の横の長さ と周囲の長さについて | 水そうに水を入れたときの 時間と水位について ※初期条件として水そうの 水位は0としていない | ボールを斜面で転がし、転 がり始めてからの時間と転 がる距離について ※実験の様子は図がある |
| 東京書籍 H25 発行 | 空のプールに水がいっぱい になるまでの時間を知るに は何が分かればよいか | やかんの水を温めたときの 時間と温度について ※初期条件として水の温度 は0としていない | ボールを斜面で転がし、転 がり始めてからの時間と転 がる距離について ※実験の様子は図がある |
| 大日本図書 H24 発行 | ある地点でのある日の時間 と気温について | 長方形の紙を横に折ったと き、折った横の長さ と重なった部分の面積について | 与えられた正方形の頂点の 1つを新たな頂点として正 方形をかいたときの1辺の 長さ と面積について |

このようによくある定番ネタから意外性のあるものまでありました。また教科書会社（執筆者）の思いや考えが感じられる流れや説明もありました。これらを活用するか、もしくは教科書にあるような例を使うか、それとも…。というところで現時点の教材研究はとまっています。先生方の実践例などを教えていただければと思います。

（2） グラフをかかせる上で意識させていること

私のこれまでの経験上では成績上位層でも「関数のグラフを書くことはできるが、それが式を満たす (x, y) の組を座標として座標平面上にプロットした点の集まりであるという認識は低い」と感じています。前任校で上位クラスの授業においてこのようなことが起きました。

事例1 方眼のグラフ用紙を配布して「 $y = x^2$ のグラフをかこう」と、いうとスラスラかけるが、「 $y = x^3 - 1$ のグラフをかこう」と発問すると、「今まで習った関数じゃないからかけない」という発言がでる。

事例2 （事例1と似ていますが）「点 $(2, 4)$ を $y = x^2$ のグラフは通るか」と、いうと（ $y = x^2$ のグラフはかけて、目に見えるため）「通る」と自信を持って答えるが、「点 $(2, 4)$ を $y = x^5 - 27$ のグラフは通るか」と発問すると、「そのような関数のグラフは習ってない、グラフがかけないからわからない」という発言がでる。

そのため、どのクラスでも（指導にかかる時間や内容に差はありますが）対応表を書いて点をプロットして、その集まりで関数のグラフができることを導入段階で何度も指導します。それに加えて基礎力に課題がある生徒についてはその前に次の2点も確認するようになってきました。

① 座標を正しくとれること。

何もない状態から軸を自分で書いて指定された座標を表すということですが、それ以前に軸を書き込んだ方眼のグラフで（●、▲）をとるという段階から躓いている生徒も多くいました。ただ単調な練習では、すでにできている生徒にとって無駄な時間になりがちです。そのためゲーム形式にしたり、ペアワークをさせたりしてきました。

② 代入計算ができること。

「負の数を代入するときは必ず（ ）をつけること」とか「四則計算の順序」とかが曖昧であると対応表の段階で躓いてしまいます。そのため、対応表に入る前（もしくは対応表に入るところで）もう一度、2次関数の勉強を通して計算の仕方を確認することにしています。

と、これまで実践してきていますが、MLで色々なやりとりをしている中で「果たして（あまり疑いもせずに）これまでしてきた指導は本当に生徒にとって効果があるのだろうか」という疑問がわいてきました。先生方の実践を学ばせてください。

5. おわりに

| 現行の学習指導要領 解説 | 新学習指導要領 解説 |
|--|--|
| <p>二次関数とそのグラフについて理解し、二次関数を用いて数量の関係や変化を表現することの有用性を認識するとともに、それらを事象の考察に活用できるようにする。</p> <p>ア 二次関数とそのグラフ 事象から二次関数で表される関係を見いだすこと。また、二次関数のグラフの特徴について理解すること。</p> <p>イ 略</p> <p>ウ 略</p> | <p>二次関数について、数学的活動を通して、その有用性を認識するとともに、次の事項を身につけることができるよう指導する。</p> <p>ア 次のような知識及び技能を身につけること。 （ア）二次関数の値の変化やグラフの特徴について理解すること。 （イ）略 （ウ）略</p> <p>イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身につけること （ア）二次関数の式とグラフの関係について、<u>コンピューターなどの情報機器を用いてグラフをかく</u>などして多面的に考察すること。 （イ）二つの数量の関係に着目し、<u>日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え</u>、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすること。</p> |

先日、新学習指導要領の解説が文部科学省のホームページに掲載されました。まず今困っている二次関数の部分だけを読み比べてみると、現在スマホでも関数のグラフを表示させることができるアプリがあるなど、情報化が急速に進んでいることも背景にあるのか、情報機器を用いるなどをして考察するという文言が入っていることがわかりました。逆に現行の解説には記載があった「対応表を基に一つ一つ丁寧に点をプロットしてグラフをかく活動も有用である」という文言はなくなりました。ということは現在意識的にやってきた「対応表とかいて、点をプロットして、グラフをかいて…」というよりは「(情報機器等で) かかれたグラフをどう読み取るかということ」に指導の力点

を置くように今後なっていくのではないかと感じています。(実際にアメリカの高等学校の数学の教科書(※4)を見ると2次関数のグラフは基本的にはグラフ電卓またはパソコン等の使用が前提にしているように書かれています。)このままでは自分の指導は旧態依然、時代錯誤な指導になってしまうことに不安や危機感や焦りを(今更ですが)感じるようになりました。

そして、本校に異動して特に基礎講座を担当していて(半分程度の生徒はこの授業で数学を選択しない。つまり高校での(人生での?)数学の学びを終えてしまうと考えたとき,)「〇〇という分野・単元を通して彼らにいったい何を伝える(指導)すべきなのだろうか。」という根本的なことを見つめ直す必要があると痛感しました。そして、授業をしていて生徒の反応を見ていると今日の授業がうまくいったかそうでなかったかは一目瞭然です。生徒に鍛えてもらっているなど実感する日々です。

今後もMLを通して色々な先生の実践を学びたい(特になかなか研究会には足を運べないと思われる初任者の先生, 地方の小規模校の先生, 定時制の先生とざっくばらんな情報交換・共有ができれば)と思いますので今後ともよろしく願います。

6. 参考文献

※1 聖文新社 「高等学校数学教育の展開」 高等学校数学教育研究会 から引用。

※論文全文は 熊倉啓之 「学ぶ意義を実感させる2次関数の指導に関する研究」
第43回数学教育論文発表会論文集

※2 明治図書 「わかるから楽しい中学校数学おもしろ教材コレクション」 澁谷 久

※3 学校図書 「中学校数学」 一松 信 他

教育出版 「中学数学」 澤田利夫 他

東京書籍 「新しい数学」 藤井齊亮 他

大日本図書 「数学の世界」 赤 攝也 他

※4 McDougal Littell 「ALGEBRA 1」 Ron Larson 他