

# 貼って納得！？ 球の表面積公式

北海道倶知安高校 教諭 信田 匡哉

2008年8月9日 第66回数学教育実践研究会

## 1 はじめに

昨年度まで6年間、道南の熊石高校で勤務してきた。純朴な生徒ながらも数学に対する拒絶感が強く、「好きになってもらわなくてもよい。何とか卒業する頃にキライでは無いとなって欲しい」という願いを持ち、今思えばあっという間の6年間であった。あの手この手と色々な方法を模索しながら毎日の授業をしてきた中で、私は「教具を（作って）使った授業」を可能な限り多く行ってきた。しかし、その殆どは本や雑誌や「数学のいずみ」をはじめとするいろいろなところで発表されているものを焼き直しただけのものであった。本レポートは私の知っている教具の中で唯一のオリジナル教具である。（もしかしたら既実践されているかもしれない。その際にご容赦ください。）そして異動を機に前任校の事を一度まとめておきたいと思い本レポートに至っている。乱筆乱文、誤字脱字等は目を瞑っていただいて、是非忌憚のないご意見やアドバイスを頂きたい。

## 2 前任校の状況

熊石高校は道南の八雲町にある生徒数100名弱（2・3学年は特例2間口、1学年は1間口平成20年度段階）の学校である。そして、次年度より同じ町内の北海道八雲高等学校の地域キャンパス校となるため、現在その準備に追われていることと思われる。数学の状況を言うと入試点は0点から30点程度で半数近くが1桁台という年もときどきある。特に英語・数学に対する拒絶感是他教科と比較にならないほど顕著であり、英語科の先生も目の前の生徒に対して様々な工夫や取り組みをしている。また、昨年度まで隣町のせたな町にある大成高校と授業研究を中心とした合同研修会を二十数年間にわたり行われていた。残念ながら大成高校はこの春閉校となってしまったが、同じような生徒の状況に対して英語科や数学科での指導方法など身のある研修に参加することができた。数学科では1年（数学 4単位）・2年（数学 4単位）を習熟度別のクラス分けとしており、3年（数学A 3単位）および2年選択（数学B 2単位）、3年選択（数学 2単位）については自然学級で行っている。クラス分けについては6年前に作成した「檜山管内統一基礎学力テスト」と入試点の結果を総合的に判断し、その後は考査毎に実施している。統一テストについては入学後の最初の授業で実施しているが、上位層や下位層では時間が余ることが多い。そこで私

は生徒に今までの数学を勉強しての感想を書くよう指示をしたのである。素直とまじめな生徒が多く、予想以上に多くの生徒が一言、二言の感想でなく一生懸命書いていた。早く職員室でじっくり読んでみたいという衝動を抑えつつ試験監督をしていた。しかし、その喜びも職員室で採点を進めるうちに事態の深刻さに言葉を失った。

### 3 生徒の数学に対する拒絶感～テストに書いてあった感想より

は信田のつぶやき

#### 3.1 教科に対するもの

「とにかくキライ。『数学』は見るのも聞くのも嫌だ。教科書なんか燃やしてしまいたい。」

これでは始皇帝による焚書・坑儒ならぬ生徒の焚書・坑数(?)である。

これは重傷だ。まずは何とか聞いてもらわなければ。

「こんなこと勉強しても、何1つ意味がない。高校から数学を今すぐ無くして欲しい。」

そんな権限は私に無いし、そんな事をしたら採用数ヶ月で私は無職だ。

何かきっかけを作ることができたら変わるかも？

「数学なんて遺伝でしょ？うちの母も数学はいつも赤点だったようなので、私には無理。」

それは絶対に無い。私の父も繰り上がりの足し算すら怪しいことがある。

やる前から諦めているようだから最初の授業が肝心だな。

#### 3.2 授業に対するもの

「教科書にはおもしろそうな事が書いてあるのに、そんなことは一切やらずワークをひたすらやらされるという授業ばかりだった。もううんざり。」

おもしろそうな事って実験とか工作や豆知識みたいなものか？よし、そういうものをたくさん取り入れてやろう。

「先生は函館市内に何人の生徒を送り出すかばかり大事にしている、熊石高校に通う生徒は放っておかれていた。授業も出来ない生徒に当てると遅れてしまうので、出来る子にしか当てない。だから当然全く理解できないし、それを先生方は何とも思っていなかった。」

(思わず目を疑い、しばし絶句。)生徒の意見であるからオーバーに書いているのかな。

いずれにしても、熊石高校に来て良かったと思えるよう頑張らないといけないな！

そして見放さないという姿勢を常にみせていくことを心がけよう。

「少し難しい問題を解くときに、苦手な生徒にはその内容とは違う簡単な計算プリントが配られた。そして、そのプリントについては解答を配って終わりという授業だった。

それでも、勉強できる子には頑張ってもらいたいと思って、分からない解答をただ写して我慢してきた。」

分からないという事、間違ったという事をみんなで考えることも得意な生徒がさらに

力をつけることになるのにな…。分からないところを遠慮無く聞けるような雰囲気や場を作れるように工夫しよう。

もちろん中には楽しかったなどの肯定的な意見もあったがそれは学年で1人か2人。殆どがこのような印象を持って熊石高校に入学してきていることが分かった。上記の意見もあくまで生徒の意見であるから全てが真実とは限らないが、見た目には素直で大人しい生徒だけど、その裏では深刻な状況があるというのが伺えた。まずは、この拒絶感をどうやって取り除くかが私の課題だと思い、6年間で主に以下のようなことを行った。

## 4 熊石高校での取り組み

### 4.1 教材・教具の工夫

…今回のレポートのテーマに関わるので後述する。

### 4.2 演習課題

知識定着のためにはやはり復習が欠かせない。そこで基本的には毎回の授業でB5版縦1枚の演習課題を出題していた。特に家庭学習の習慣が全くない1年生には自宅で机に座って取り組む習慣を身につけることが先決であるという点からも教科書の例や授業で扱った同じ問題を8割以上組み入れ、苦手な生徒でもノート等を見直して埋めることができ、達成感を味わえるようにした。そして学年を追うごとに授業扱った問題の類題そして応用問題と少しずつ増やしていった。

### 4.3 テストの工夫

「間違いを活かす」「別解を考え、多様な見方をさせる」「定義を大事にする」などといったことをよく注意するが、ただ授業で注意するだけでは生徒に響いていないことが多い。北海道教育大学旭川校の相馬一彦教授が書かれた「数学科問題解決の授業」からヒントを得て、私も生徒に大事にして欲しいことテストにたくさん出題した。以下に1例として 数学 の方程式不等式分野から、定期考査および小テストで実際に出題した問題である。

$3x^2 = 6x$  の方程式を解く問題を両辺を  $3x$  で割って  $x = 2$  として解答した。

この解答は正解か不正解か。また不正解の場合はその理由を述べなさい。

$x^2 - 9 = 0$  についてまさや君とだいすけ君は次のような方法で解いた。

それぞれの方法で解きなさい。

(まさや君) 2次方程式なんて全て解の公式で解けるのだから、解の公式を使って解いたぜ。

(だいすけ君) 強引だなあ。僕は左辺を因数分解して解いたよ。絶対にこの方が簡単だって。

分母の有理化とは何か説明しなさい。

$x > y$  のとき、両辺に正の数  $a$  を加えると  $x + a > y + a$  が成り立つ。

このことを図や絵を用いて表現しなさい。

実数解を持たない2次方程式の例を1つ作れ。(ただし問題にある方程式は使わないこと。)

特に のように間違いを指摘する問題については、生徒が実際に間違っただけを題材として出題していた。しばらくこのようなタイプの問題を出題することにより授業の中で間違っただけのもそこまで終わらず、「信田の事だからまたテストに出すつもりじゃないか？」と注意して聞く生徒が増えてきた。また、間違っただけの生徒の中でも、テストに取り上げられることで「自分の間違いは良い間違いだった！(「間違いに良い悪いなんてない。すべてが良い間違いである。」と生徒に常々言っている。)」「今度こそ間違えない！」と前向きに捉えるものが多いたのは意外であった。もちろんこれは1例であって、基本的にはどの科目でもどの分野でもこのような問題を1・2題程度出題している。

#### 4.4 最終レポート(卒業論文)

最後の総まとめとして3年生の最後の考査終了後からの授業で実施した。テーマは「数学者について」、「算数数学を12年間学んで」、「なぜ数学を学ぶのか？」などいくつかのテーマから選択してA4 1~3枚のレポートを作ってもらった。その中でも「なぜ数学を学ぶのか」という壮大なテーマについて書いてきた生徒が3割程度いた。生徒が考えた「なぜ数学を学ぶのか」という答えを以下に紹介する。

- そこに数学があるから
- 好きだから。好きになることに理由はない
- 日本の技術力の低下を阻止するため
- 自分の子供が算数・数学で分からなくなっても教えることができ、「スゴイ」と思ってもらえるから
- 解けた瞬間はどんなゲームよりも面白いから
- 自分の可能性(進路など)を広げることができるから
- 自分には必要なくても、先人たちが作り上げてきた「数学」という技術を子供や孫に伝えるために必要
- 困難を乗り越えようとする経験がたくさんできるから

私は生徒が色々考えた意見を読んで非常に驚いた。これだけのことを私が高校生、いや大学に入学した頃に考えることができたのだろうか。きっと無理だったと思う。これを見て少なからずちょっとした影響を与えることはできたのではないかと嬉しかった。しかし残念ながらこのレポートは昨年からの実施のため、今春の卒業生32名分しかないのである。全て大事に保存して異動の際に持ってきた。今でもときどき見る宝物の1つである。

## 5 貼って納得！球の表面積公式 <本題>

### 5.1 教具の工夫

それでは、先述の教材・教具について特に教具に関して述べていく。教材に関しては殆どが後述の参考資料を元にした焼き直しばかりであるのでここでは省略する。

私が教具の工夫について感銘を受けたのは、学生の時に聞いた、標茶町立阿歴内中学校の渋谷久先生の集中講義である。渋谷先生は「観察・実験を取り入れる数学の授業 紙教具がつくる数学とのふれあい」という本の著者で「数学教育」などの雑誌でもたびたび登場している方である。集中講義ではその本に書いてあること以外にも、教材教具を非常に効果的に取り入れた様々な実践事例を教えていただいた。特にその講義の中で「全員が一斉に作成できて、全員が一斉に操作できて、全員が一斉に見て納得する。」という教材教具に対する先生の考えを知り、私もそんな授業ができたらと思ったのを思い出す。また、教員になってからも「数学のいずみ」をはじめ教材教具に関する様々な実践例を見て、積極的に授業に活用しました。しかし、そのため、私のオリジナルの教具というのは殆ど無く、3年目あたりから何かないかと考えていました。今日のタイトルにあるものはその中で生まれました。

### 5.2 貼って納得！球の表面積公式

私はよく買い物ついでに、教材の道具になりそうなものを探すことをよくする。あるとき、店内にあった発砲スチロール製の半球に目がとまった。こんなものもあるのだと見ているときにふと気がついた。「球の表面積って  $4\pi r^2$  だよな。この半球の底面は  $\pi r^2$ 。...と言うことは！」その後すぐに購入して、学校の職員室で実験したことは言うまでもない。きっと職員からも生徒からも「アイツは一体何をやっているんだ？」と思われたに違いない。以下のような操作を無心にやっていたのだから...

#### 【実験】 貼って納得！球の表面積公式

<用意するもの(1人前)>

発砲スチロールの半球1個(50円くらい) 折り紙(普通の紙でもよい。)1枚、  
はさみ、のり

<やり方>

半球の底面を折り紙に5枚程写し取る。

写し取ったものをはさみで切り、半球の表面にちぎり絵の要領でちぎって貼っていく。

このとき、重ならないように、隙間があかないように貼っていく。

表面を覆うためには何枚紙が必要だったか数える。

たったこれだけである。全員が操作可能で手順もいたって単純である。紙を写し取ったらひた

すらのりとはさみ（手でもよい）による切り貼りの作業である。

### 5.3 実験を行ってみて

計算上の結果は2枚。そして、実験結果も殆どの生徒が2枚であった。ちょうど2枚ということ、サイズの違う半球を用意したが、それぞれ球のサイズが違っていても2枚であることに驚いていたようだった。この後授業では底面の面積は  $\pi r^2$  で、その2枚分が半球の（底面を除く）表面積だから、その2倍の球の表面積は

$$2 \times 2 \times \pi r^2 = 4\pi r^2$$

であることを導き、納得した。根気のいる作業ではあったが、その分この公式は記憶に残っていたようだ。また、半球の表面を覆うよう指示をした際に底面も表面積ではないかという生徒もあり、半球の表面積を求める問題も例年より誤答率は大幅に低下した。そして、この実験に関しても理由とともに考查で出題した

### 5.4 今後の課題

この授業に関しての一番の課題となるのが教具の調達である。半球型の発砲スチロールというのは当然普通の家庭にあるものではなく、大きな店かインターネットで調達するしかない。できるだけ身近にあるものを活用する方法を模索したい。また、手軽さという面でも作業に時間が掛るのも課題であると思う。この辺も含めて先生方の知恵を頂ければと思う。

## 6 おわりに

最近、久しぶりに教育心理学の本を読んでいると記憶を支える3つの要素というのが挙げられていた。

方法

語呂合わせなどの覚え方や帰りの電車の中だと暗記が捗るといった場所・時間帯など。

興味・知識

運転免許など小さい頃から車に興味がある人はすでに予備知識があり、覚えるのも早いといった記憶する事柄に対する興味や知識。

意欲

好きな芸能人の事となればすぐ覚えるというように「絶対に覚える！」という強い意欲。

普段の授業や講習ではどうしても目先の結果に目を向けてしまうが、その結果を出すにはしっかりと記憶することが必要で、そのためには覚えたいという意欲を高めることが大切である。上記のような理論は学生時代にも聞いたような気がするが、今改めて読んでみると前任校の経験を思い出し、私にとっては非常に説得力があることであった。

現在の学校に来て数ヶ月。学校事情も異なり、またベテランの先生方に追いつかなくてはと教科書を淡々と進めてしまうことも多い。しかし、前任校の経験を活かし、様々な場面で取り入れていきたいと考える。また倶知安高校でも目標を設定して頑張っていきたいと思っている。雑駁な資料になってしまいましたが、最後まで読んでいただきありがとうございます。本レポートも含めて数実研やその他様々な場面で今後ともご指導の程よろしく申し上げます。

## 参考文献

- [1] 渋谷久 『観察・実験を取り入れる数学の授業－紙教具がつくる数学とのふれあい』( 明治図書, 1999 )
- [2] 相馬一彦 『数学科「問題解決の授業」』( 明治図書, 1997 )
- [3] 何森仁他 『のびのび数学－すぐに使える高校の授業集』( 三省堂, 1995 )
- [4] 山崎浩二他 『21 中学授業のネタ 数学－授業がおもしろくなる』( 日本書籍, 2000 )
- [5] 太田信夫 『記憶の心理学』( 放送大学教育振興会, 2008 )
- [6] 市川伸一 『学習と教育の心理学 ( 現代心理学入門 )』( 岩波書店, 1995 )