

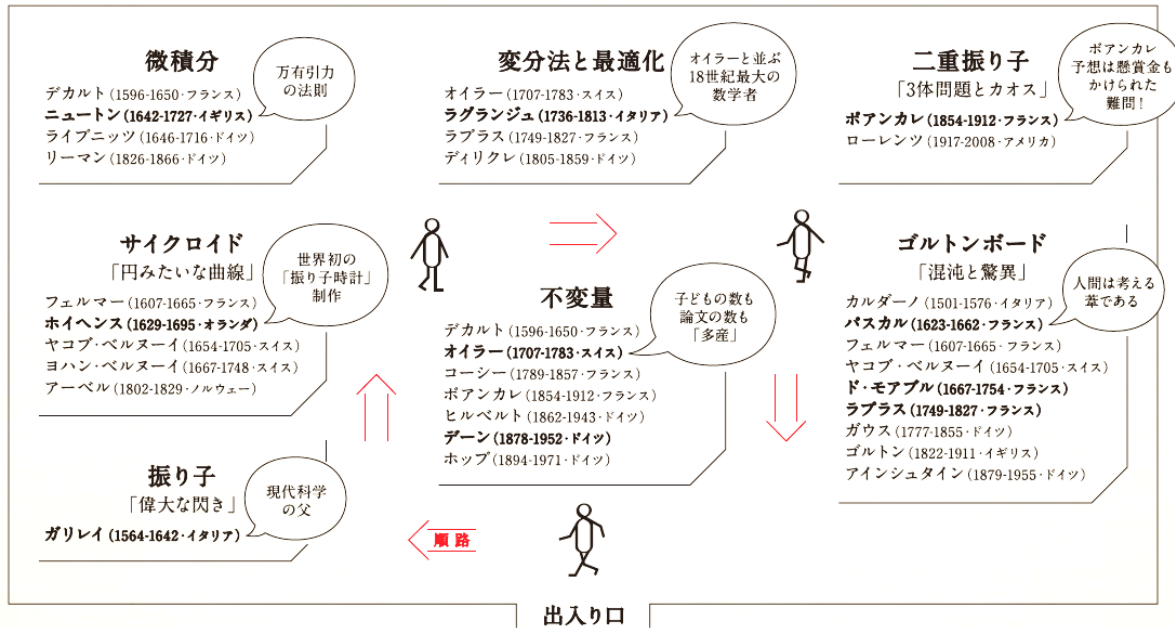
覗いてみよう！
感じる数学 Tangible Math
～ ガリレイからポアンカレまで～

市立札幌旭丘高等学校
菅原 満

北大総合博物館の数学ブース充実を目的に、2018年「数学みえる化プロジェクト」は活動を始めた。
2022年8月北大総合博物館夏季特別展示「感じる数学」開催、書籍「感じる数学」刊行
2022年7月30日～9月25日 ボランティアによる随時開設、専門家によるツアーなど好評開催中！
2022年9月17日 講演会「人々に届け！数学の手触り」講師／秋山仁・石井恵三・ヨビノリたくみ

対象を高校生として、**数学の感じどころ** 展示に従って覗いてみましょう

会場見取り図



順路に沿って覗いていきましょう！

最初に目に留まるのは 2つの振り子です。手前からガリレイ、ホイヘンスのものです。

ガリレオの偉大さ (その1)

時の流れを刻む方法を見つけて、
「幾何学」に「運動」を取り込んだこと

ガリレオの偉大さ (その2)

誰もが納得できる実験と数学による論証
により科学を進歩させたこと



(ガリレイの定理 1)

高さ h の斜面に沿って落ちる球が地面にぶつかる時の速度は

$$\sqrt{2gh}$$

特に高さが同じ斜面なら、どの傾斜角にそって落ちて、球が地面にぶつかる時の速度は同じである。

また、図 1 のような高さ h 、長さ l の斜面に沿って球が地面に到達する時間を t として、高さ H 、長さ L の斜面に沿って地面に到達する時間を T とすると、

$$\frac{t}{T} = \frac{l}{L} \sqrt{\frac{H}{h}}$$

が成り立つ。

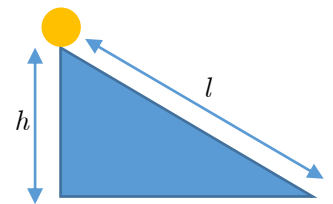


図 1

(ガリレイの定理 2)

半径 $r > 0$ の円の底点と円のどの点を結ぶ斜面に沿って球を転がしても、底点までの到達時間 t は

$$t = 2\sqrt{\frac{r}{g}}$$

である。

(図 2) において円周上の点 A, C, I から球が底点 B に到達するまでの時間はすべて同じである。

→ 証明してみましょう！

(ガリレイの定理 3)

地上より高い点 A と地上の点 B を結ぶ直線と地面のなす角が 45 度以下であるとする。A を出発した球は、A と B を結ぶ斜面よりも、図 2 のように、B で地面に接する円弧上の点 I を経由する折れ曲がった斜面に沿った方が速く B へ到達する。

A → B の斜面でかかる時間を $T_{A \rightarrow B}$ と表すと

$$T_{A \rightarrow B} > T_{A \rightarrow I \rightarrow B}$$

この考えをすすめて経由点を増やしていくと

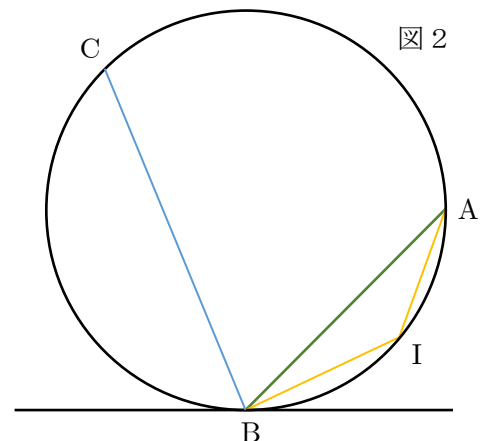
$$T_{A \rightarrow B} > T_{A \rightarrow I \rightarrow B} > \dots > T_{A \rightarrow I_1 \rightarrow \dots \rightarrow B} > T_{\text{円弧 AB}}$$

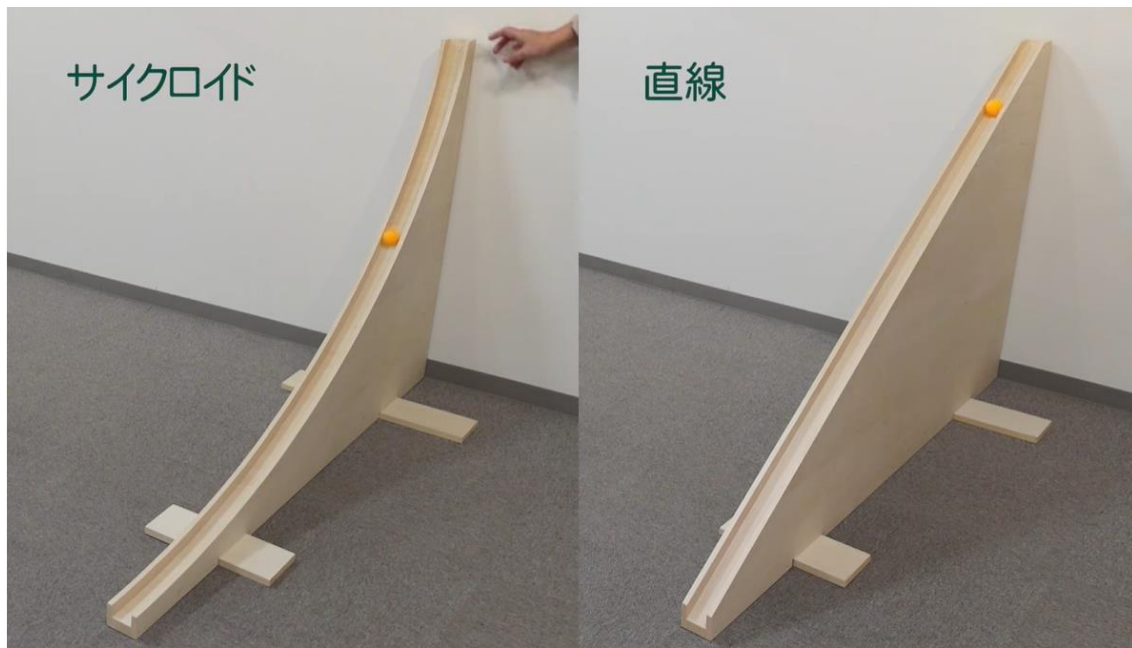
これがガリレイの考えであった・・・

しかし、この考えは後に続く人々により修正されました。

博物館に行って

ガリレイにならって実験で確認してみましょう。





サイクロイド曲線の等時性とサイクロイド振り子の等時性



数学者を悩ませた「三体問題」から「カオス」へ

～ 困難が新たな展開を生む ～

幾何学は時間を取り込むことで運動を科学することを手に入れました。

ガリレイが亡くなった年に生まれたといわれているニュートンがその進歩を加速させていきました。

微積分学を用いて太陽と地球の運動を考えたのが「二体問題」です。これは、2体の重心を焦点とする2次曲線となるという結論を見ました。太陽、地球に木星の運動を考えることも自然です。これが「三体問題」です。ここで登場するのがポアンカレでした。ポアンカレの研究とはどのようなものだったのでしょうか。

= ポアンカレを調べてみましょう =

カオスを感じるオブジェ, シミュレーション動画



(円形ビリヤード)



(二重振り子)



(スタジアム型ビリヤード)

混沌と脅威

