

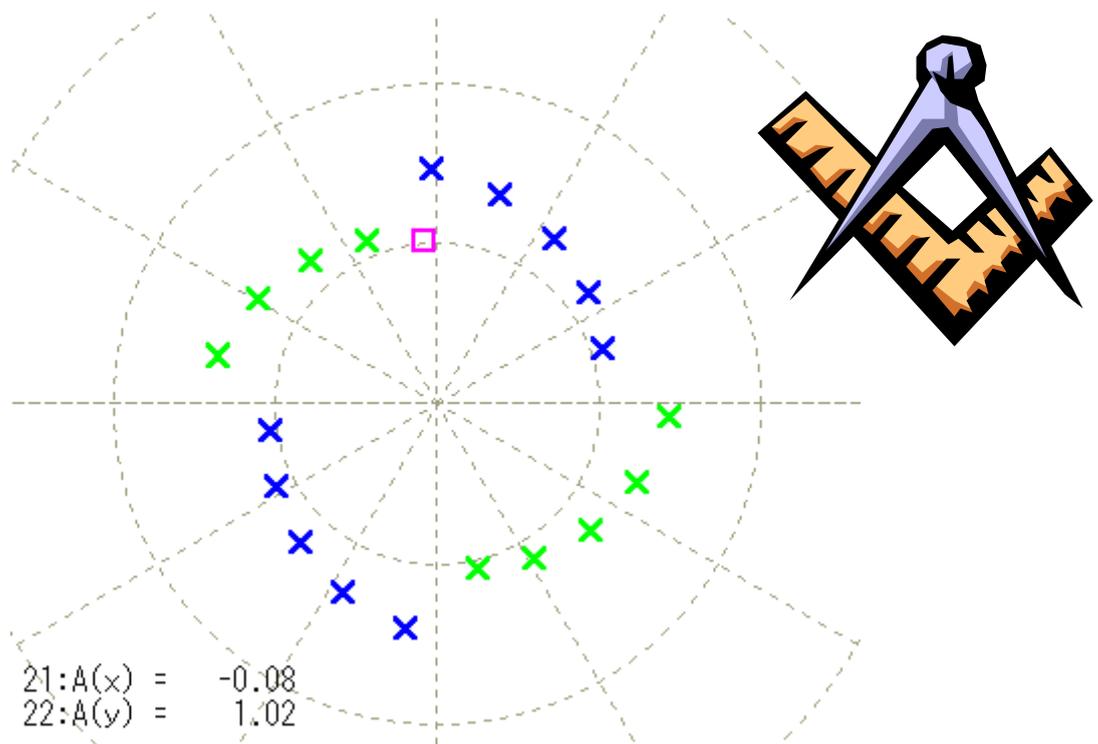
第34回数学教育実践研究会 兼 第6回夏季セミナー

2000/8/5

演習

Let's enjoy using GC !

~ 作図ツール *Geometric Constructor/Win* ~



札幌藻岩高等学校

菅原 満

はじめに ~ Geometric Constructor とは

平成 15 年度より実施される新学習指導要領も既に公表され、中学校で削減され高校へと移行される具体的な教材内容も明らかになってきた。その中でも特に平面図形の指導は我々高校の数学教師にとっては全く未経験のものである。我々にとっては、これまで中学校でされてきた教材研究の成果を学ぶことが必須である。その上で、高等学校においてこの教材を如何に授業展開していくか模索することになる。今回の演習では、これまで小・中学校の平面図形の指導で使用されてきた実績のあるソフトとして GC(Geometric Constructor)を取り上げてみた。

以下、新学習指導要領より

第 5 数学 A

2 内 容

(1)平面図形

三角形や円などの基本的な図形の性質についての理解を深め、図形の見方を豊かにするとともに、図形の性質を論理的に考察し処理できるようにする。

ア 三角形の性質

イ 円の性質

(中 略)

3 内容の取扱い

(1)内容の(1)のアについては、重心、内心、外心などの簡単な性質を扱う程度とし、また、イについては、四角形が円に内接する条件や方べきの定理、二つの円の位置関係などを扱う程度とする。

Geometric Constructor は、愛知教育大学の飯島康之氏が作成した図形作図ツールである。インターネットからダウンロード可能であるうえフリーソフトであり教育利用目的においては配付可能である。当然、授業において利用可能である。上記の教材が導入された場合その指導に於いて我々の貴重なツールとなり得るソフトであるといえる。またこのソフトは数実研で以前紹介した *Grapes* などの関数描画ツールとはその作成意図、利用場面で異なるソフトである。以下、マニュアルから抜粋である

(マニュアル『作図の手引き』より)

Geometric Constructor は作図のための道具である。手で図を描く(drawing)よりも、もっと精確(全く正確というわけではない)で、そしてその図を動かすことができる道具である。しかし、その反面、手で描くより、少し考えながら使わなければならない。

手で描くよりも少し正確に作図したいときは、定規やコンパスを使うのが普通である。定規やコンパスを使うには、いくつかの基本的な使い方を学ばなければ、使いこなせるようにはならない(例えば、平行線の引き方)。*Geometric Constructor* を使いこなすには、同じようなことが必要なのである。

定規やコンパスによる作図と比べると、*Geometric Constructor* による作図は、便利なところもある。定規やコンパスで、例えば垂直二等分線を引くときには、一見そのことには関係のない線も引きながらでないとい、目的の直線を引くことはできない。しかし、*Geometric Constructor* の場合、もう少し直接的に、「垂直二等分線を引く」という思考に対応した形で作図をすることができる。

初めて *Geometric Constructor* に接する方は、まずいろいろな例を読み込み、変形などを使ってみた後で、まず 1 章の補助線の追加をしてみてください。*Geometric Constructor* での作図とはどういものかが大理解できるはずである。作図を始めから行うには、最初に図を分析しておく必要がある。とは言っても、補助線が簡単に追加できるようになれば、最初からの作図であっても、それほど難しくなくできるはずである。

(マニュアル『初級編』より)

この種のソフトは、まず先生自身が楽しめないようなものならば、使う価値はありません。楽しむようであれば、そういう楽しみ方を生徒にも味わってもらうには、どうしたらいいか。教材をどう工夫するか、指導法をどう工夫するかなど、いろいろな発展がでできます。そういう意味で、まず楽しんでみてください

それでは、まず実際に皆さん自身が GC に触れ使って、楽しんでみましょう！

．サンプルを実行してみよう

(1) [ファイル] [例の読み込み]

表示されたファイルから“円周角.gc4”を選んでください．



GCの基本操作は，“点を動かして図形の性質を調べる”ことです．では，早速やってみましょう！

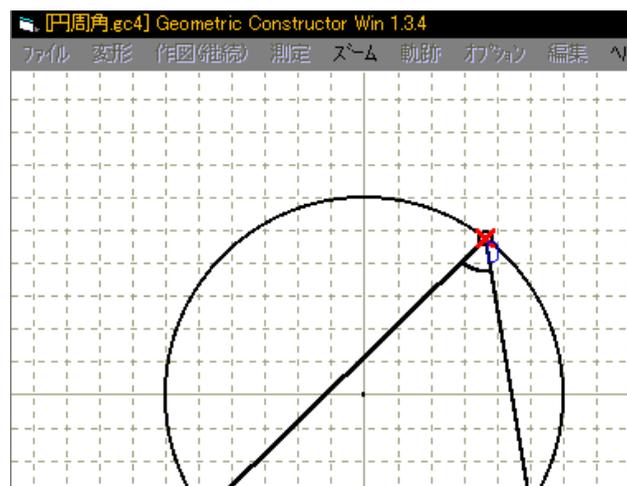
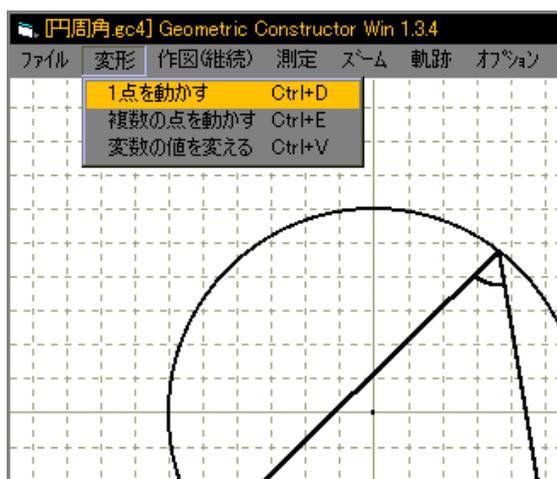
(2) 「変形」 「1点の変形」を選択する．その後，変形する点を選択します．

「変形する点の選択」動かしたい点でクリックします．その後，マウスでドラッグして動かすか，
カーソルキーで点を動かします．

水平・垂直方向への変形は，カーソルキーを使ったほうが容易です．

同様のことは以下の操作でも可能です．

画面をクリックする(「1点の変形」) (2)と同様に「変形する点を選択」する
変形を終了して，標準モードへ戻るには，[ESC]キーまたは右ボタンクリックをして下さい



基本となる操作は，以上です．
次に，実際に授業を想定してGCによる教材を作ってみましょう．

. GC 教材を作る

早速 GC を使って教材を作成してみましょう。GC は単なる「演示型(シミュレーション)型」ソフトではありません。勿論そのようにも使えますが、「発見学習型」「問題解決型」などの多岐にわたる学習形態で授業を展開する際にも有効です。勿論、その際に教材の分析、発問の仕方などをトータルに考えていく必要があることは言うまでもありません。今回の演習では、【例題】【演習】の作成を通して GC の基本機能を体験することを目的とします。

なお、GC には“作図の仕方”、“授業のための基本的な内容”などが HTML マニュアルの形で提供されています。GC を起動した状態から[F1]を押すことで参照できます。このテキストもこれらのマニュアルを参考にさせていただきました。

Let's enjoy using GC

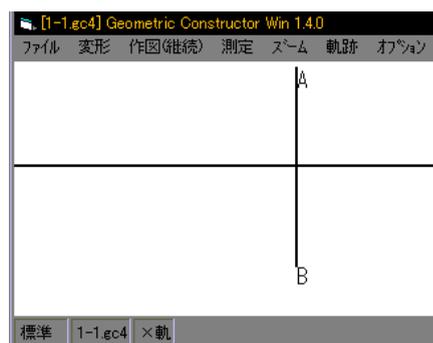
(1) 2次曲線に関する教材～包絡線により2次曲線を浮かび上がらせる

【例題1】垂直二等分線の描く軌跡

(準備) 2点 A, B をとる [作図] [点] [新しい点の追加
([Ctrl]+F 也可)]

2点 A, B を結ぶ線分を引く [作図] [線分・多角形]
[2点を結ぶ]

線分 AB の垂直二等分線を引く [作図] [直線] [線分の
垂直二等分線]



(Fig. 1-0)

(Step1)

点 A を左右に動かす 「点 A を左右に動かすと、垂直二等分線はどう動きますか？」

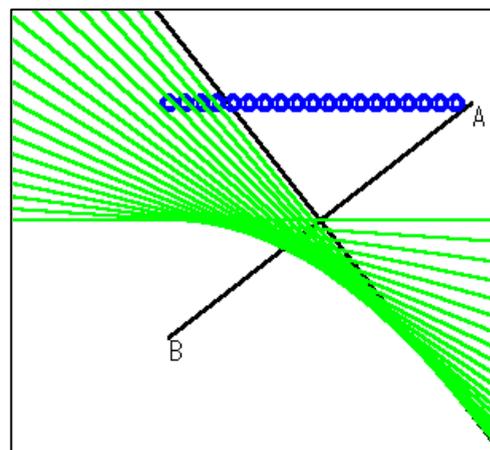
[], [] キーを使う

垂直二等分線の軌跡をみる

[軌跡] [設定] [直線] ([Shift]+[F2]も可) から垂直二等分線を選択して‘軌跡の色’を‘緑’に設定する。実際に軌跡を表示するには[F9]を押して表示機能を On にする。表示してある軌跡を消去するには、[Shift]+[F9]をおす。

「2点 A, B の距離を変えると垂直二等分線の描く軌跡はどう変わりますか？」

点 A の位置を変えて、Let's try!



(Fig.1-1)

(Step2)

「点 A が円周上を動くとき、垂直二等分線の描く軌跡はどうなるでしょうか？」

新たに点 C をとり、点 C を中心とし半径 6 の円を描く

[作図] [円] [中心と半径]

点 A を円周上に設定する [編集] [点(束縛条件)](点 A を選択) [円上にとる](円を選択)

この操作をしなくとも[Shift]キーを押しながらマウスで点を移動させると、近接した円(直線)上を移動可能

「点 B の位置で軌跡は、どのように変わるだろうか」 (1-2.gc4)

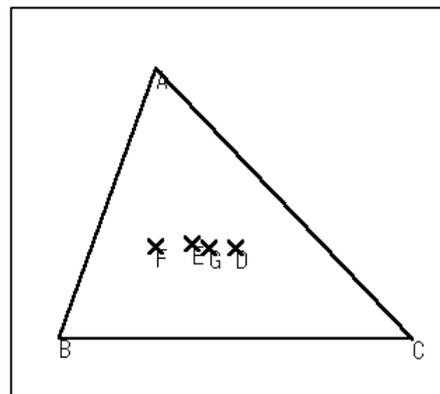
(2)平面幾何に関する教材～GCで探求型学習を.

【例題2】三角形の5心の性質を探求する

(準備) 3点A,B,Cをとる [作図] [点] [新しい点の追加
([Ctrl]+Fも可)]

3点A,B,Cを結ぶ三角形をつくる [作図] [線分・多
角形] [多角形](3頂点を選択する)

外心,内心,垂心,重心をとる [作図] [点] [5心な
ど](5心の種類を選択した後,3頂点を選択)



(Fig. 2-1)

(Step1)

「点Aを左右に動かすと4点は,どう動くだろうか?」

「4点はそれぞれ何か.考えてみよう?」

5心の性質を考えてみる.どんな補助線を追加すると見えてくるか.

(Step2)

「4つの点をグループ分けするとすると,どう分けたらよいか」

(ア) 2つずつのグループに分けると?

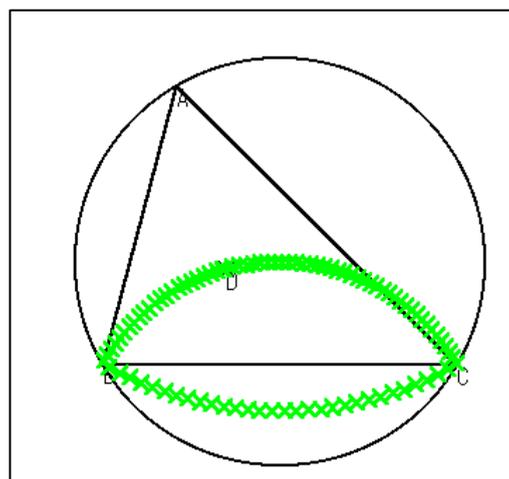
(イ) 3つと1つのグループに分けると?

3つのグループの点はどんな位置関係にあるか

5心の性質をこれらの変形を通して探求させる.

【例題3】三角形の内心の描く軌跡を探求する

(準備) ABCを表示
ABCの内心を表示
新しい点Eをとり,3点E,B,Cを通る円を描く
点Eを非表示にする
[編集] [点](点Eを選択) ('色'を'書かない')
点Aを円上に配置
[編集] [点(束縛条件)] [円上にとる](円を選択)



(Step1)

「点Aの軌跡はなぜこの形か?」「何かの一部?」
軌跡Onを忘れずに!

「内心は,角の二等分」「傍心との関係は?」

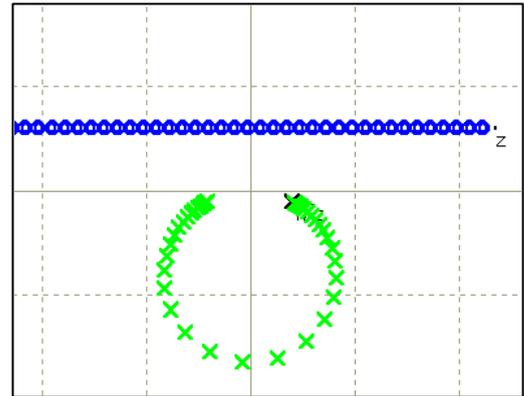
傍心をとる 軌跡を設定して動かしてみよう (3-2.gc4)

(メモ)

(2)複素数に関する教材～複素数変換も簡単

【例題4】 $w = \frac{1}{z}$ による変換で複素数 z はどう変換されるか

- (準備) 座標倍率を複素数用に設定
 [Z' -h] [複素数用]
 新しい点を取り名前を z とする
 [編集] [点](点 A を選択) ('名前'を'z'に)
 点 $1/z$ をとり, 名前を'1/z'にする
 [作図] [複素数] 逆数(1/z)
 2点の軌跡を設定

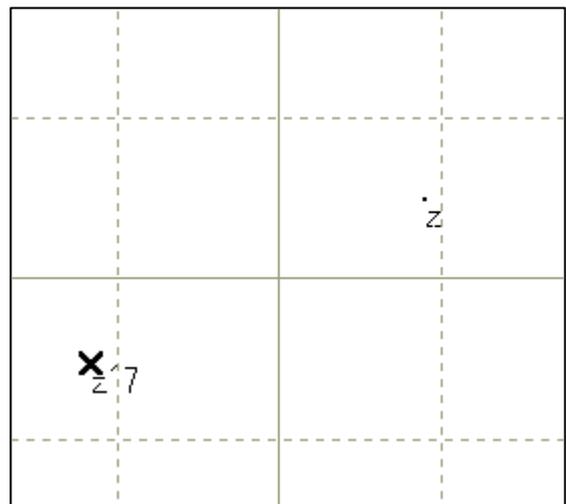


(Fig.4-1)

- (Step1)
 「点 z が直線上を動くときの像 $1/z$ の軌跡は」
 (ア)直線が原点を通らないとき
 (イ)直線が原点を通るとき
 「点 z が, 円周上を動くときの像 $1/z$ の軌跡は」
 (ア)原点が円の外部にある場合
 (イ)原点が円の内部にある場合
 (ウ)原点を通る場合

【例題5】方程式 $z^7 = 1$ の解を探す

- (準備) 座標倍率を複素数用に設定
 [Z' -h] [複素数用]
 [ウ°ヨソ] [座標系の種類] [極座標]
 新しい点を取り名前を z とする
 [編集] [点](点 A を選択) ('名前'を'z'に)
 点 z^7 をとり, 名前を'z^7'にする
 [作図] [複素数] [^ (べき)](数値 7)

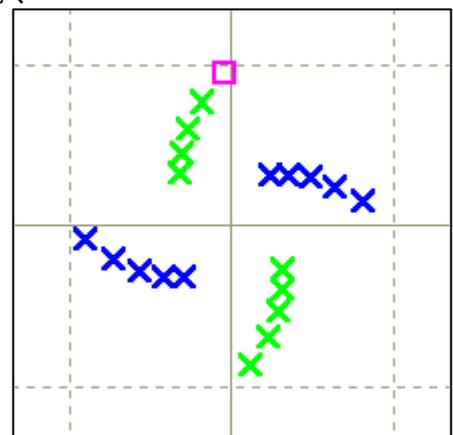


- (Step1)
 「点 z を動かして点 z^7 が点 1 に重なるようにしてみよう」
 z の位置と z^7 にはどんな関係があるか

- 「単位円を作ってその円周上を動かしてみよう」
 原点をとる [作図] [点] [その他] [xy 座標を与える] (数値を指定 x 0, y 0)
 [Shift]を押しながら点 z を動かすと近接した単位円上を動く

【例題6】点 z をとり, $z^2, z^3, z^4, \dots, z^{10}$ の9個の点をとる.
 奇数冪を青, 偶数冪を緑に設定して次のようにするには
 点 z をどの位置にすればよいか? またそれは何箇所あるか?

- (Step1)
 全てが重なる
 2群に分ける
 5群に分ける



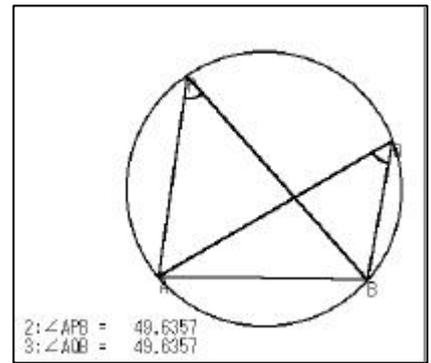
以上で【例題】は終了です。ここからは皆さん自身で GC を楽しんでください。そのために基本的作図練習の問題も含めて何題か演習問題を作っておきました。

《演習1》 テーマ「円周角の定理の逆」の確認定着

4点 A,B,P,Q について、P,Q が同じ側において $\angle APB = \angle AQB$ ならばこの4点は同一円周上にある

この問題では、同一弦に対する2つの円周角をとりそれが等しいというだけでは「だから何なの?」という程度で、学習効果は低い(Fig.E1-1)

新しい点を1点とる
 の点を中心に半径6の円を描く
 円周上に4点を取り、名前を A,B,P,Q と変更する
 ABP, ABQ を描く
 $\angle APB$, $\angle AQB$ を測定する
 [測定] [角度] [3点(0-180)]



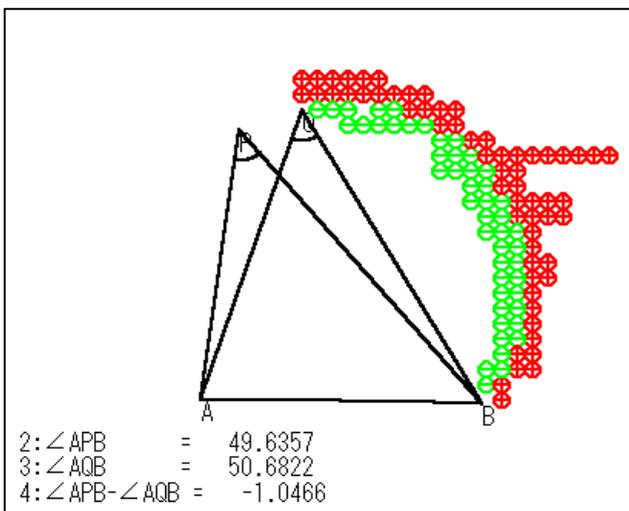
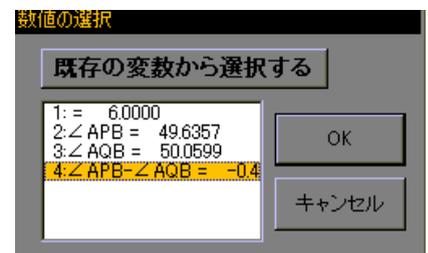
(Fig.E1-1)

(改良1) 円を“書かない”で、点Qを“フリー”に動かせるようにする。

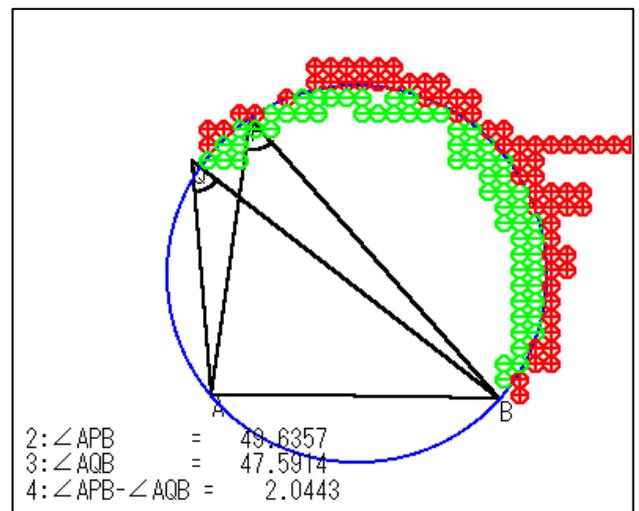
[編集] [円]('色'を書かない) [編集] [点(束縛条件)]

(改良2) $\angle APB = \angle AQB$ となる点を軌跡で表現して、探させてみる。

[測定] [数式] ($\angle APB - \angle AQB$ を設定)
 [軌跡] [設定] [変数] ($\angle APB - \angle AQB$ を選択)
 上記設定後、点Qを変形すると変数 $\angle APB - \angle AQB$ が負のときは緑で、正のときは赤で点の軌跡が残る。(Fig.E1-2)
 その後、表示していなかった円を青色で再表示 ([Ctrl]+[F2]で可) してみよう。(Fig.E1-3)



(Fig.E1-2)



(Fig.E1-3)

《演習2》(演習1)の手法を使って、「2点 A,B からの距離の比が $AP:BP=2:1$ となる点の軌跡」を考えさせる

教材を作成してみよう

テーマ~シミュレーションとしての利用

Grapes など関数描画ソフトでは、シミュレーションし難いものを GC でシミュレートしてみよう。その際には、所定の図形を作図するため補助線を利用する必要が出てくる。また、必要に応じてその補助線を非表示にすることで所期の目的を達成することになる。

《演習 3》 2 点 $A(1, 0)$, $O(0, 0)$ を両端とする線分上の任意の点を P とする。 OP , PA を斜辺とする直角二等辺三角形を線分 OA の上方に作り、頂点を B, C とする。このとき、直線 BC が通らない範囲を求めよ。
(法政大)

解答としては、 $P(t, 0)$ ($0 < t < 1$) とおき、直線 BC の方程式を t の 2 次方程式とみて $0 < t < 1$ に実数解をもつ条件から、直線 BC の通過領域を導き出す問題である。しかし、これほど図形的な問題であればそのままの状態でもシミュレートしてみたい場面でもある。

この問題で、私が使った補助線は以下のとおりである。もっと簡単にできるかもしれないが参考として皆さん各自で挑戦をしていただきたい。

< 以下の頂点は、Fig.E3-1 による >

$A(1, 0)$, $B(0, 0)$ の 2 点をとる

[作図] [点] [xy 座標を与える]

線分 AB を描く

[作図] [線分・多角形] [2 点を結ぶ線分]

線分 AB 上に 1 点をとる

[作図] [点] [新しい点の追加]

《直角三角形 BCG の描画》

線分 BC の中点 D をとる

[作図] [分点] [n 等分]($n=2$)

点 D を通り AB に垂直な直線を引く

[作図] [直線] [直線に垂直 1 点を通る]

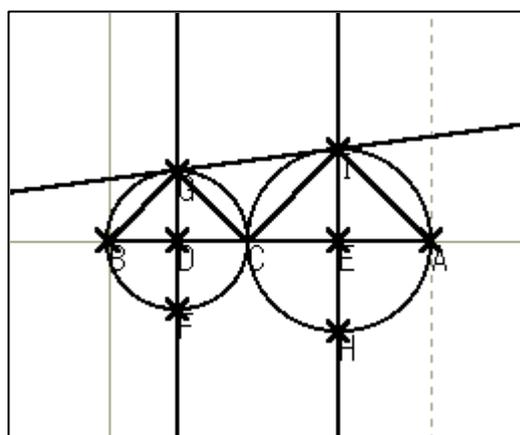
点 D を中心として点 B を通る円を描く

の直線と円の交点をとる

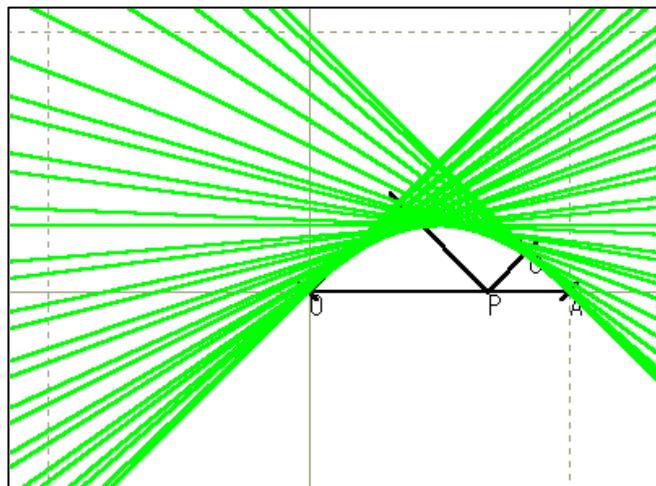
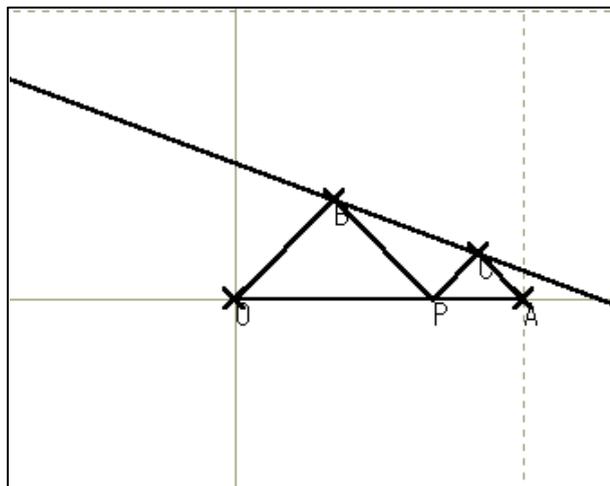
[作図] [点] [交点] [直線と円]

直角三角形 ACI についても同様に描画してから、直線 GI を引き(Fig.E3-1)を得る。

あとは点の名前を変更後、不必要な点や円の'色'を'書かない'に設定して(Fig.E3-2)を得る、直線の軌跡を設定してシミュレーションをすることになる。(Fig.E3-3)



(Fig.E3-1)



(Fig.E3-2)

(Fig.E3-3)

．最新の Geometric Constructor/Win 情報を入手するには

GC の最新版は、下記参考 HP の “ダウンロード” から入手できます．現在(2000/08/04)の最新版は Ver.1.4.0 です．今回の演習では Windows 版を使用しましたが、DOS 版も用意されています．

最後に、世界数学教育会議(ICME9)でのパネルセッションにおいて作者である飯島先生に直接お会いできる機会に恵まれ色々とおアドバイスをいただいたことを本当に感謝しております．

Geometric Constructor / Win(ver.1.4.0)

1．動作環境

- ・(O S) Windows95, Windows98, WindowsNT4.0
- ・(注意事項) VB6 をインストールしているか、必要な DLL 等がすでに組み込まれている場合は、実行ファイルのみで起動。そうでない場合は、セットアップが必要(解凍後、10MB 程度、圧縮ファイルは 4 - 6MB 程度)

2．使用言語

Visual BASIC 6.0

3．最新情報の入手方法(ダウンロードもここから)

『GC Forum』(<http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/ijijima/index.htm>)

から『公開講座/GC 通信』へ

4．メーリングリスト(gc-ml)

Geometric Constructor に関するメーリングリスト

愛知教育大学数学教室 飯島 康之 (yijima@aecc.aichi-edu.ac.jp)

5．使用規定

Geometric Constructor / Win の実行ファイル、添付データ、添付文書等の著作権は、飯島康之が有しています。また、セットアップ用の各種ファイルは Microsoft が著作権を有しています。(セットアップ用の各種ファイルは、GC/Win を配布する目的以外で再配布することはできません。)

本ソフトに関して、次のことは禁止します。

- ・商業目的で、無許可で配布すること。
- ・無許可で改変を加えること。
- ・教育研究および教育実践の目的のため、教育機関、行政機関、研究機関およびそれらの構成員(教師、生徒)に配布することは構いません。

教育センターソフトウェアライブラリ等、教育目的の再配布の機関に収録しても構いません。なお、できれば、電子メールでバージョンアップ等の連絡を受けられるようにしてください。

6．連絡先

愛知教育大学数学教室 飯島 康之 (yijima@aecc.aichi-edu.ac.jp)

《参考文献》

GC マニュアル『初級編』 / 愛知教育大学 飯島康之

GC マニュアル『中級編』 / 愛知教育大学 飯島康之

GC マニュアル『作図の手引き』 / 愛知教育大学 飯島康之

《参考にさせていただいた HP》

『GC Forum』(<http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/ijijima/index.htm>)

『GC World ~ 問題状況・探求』(<http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/ijijima/gc/world/frame.htm>)