

「手作り教材のすすめ」

札幌旭丘高等学校 菅原 満

■■■ はじめに ■■■

数実研では、これまで多くの先生達が手作り教具を授業に活用する事例を紹介してくれました。

◇関数分野

- ・ブラックボックス
- ・2次関数の最大・最小問題～定義域を模造紙（プラスチック板）などで表現
- ・三角関数描画マシーン
- ・発泡スチロールを活用した三角関数のグラフ

◇図形分野（平面・立体）

- ・折り紙の活用
- ・プラ板（厚紙）で作った立体模型
- ・発泡スチロールの活用

◇図形と方程式

- ・輪ゴムを使った軌跡の表示

など、枚挙に暇がないほどです。

私自身はA3版の用紙と磁石とハサミには、よくお世話になっています^{※2}。原則として「5分間使う教材は、5分で準備する」教材開発をしてきました。

しかし、3年前の夏季セミナーにおける八雲高校の吉田奏介先生の発表^{※1}は、大変興味深いものであり「自分もあの教材を作って、授業をしてみたい！」と思わせるに十分なインパクトをもっていました。

本レポートは、これまで発表されたレポートを「自分でも試してみたレポート」であり、「やってみたからこそ分かる」ことをレポートするものです。

■■■ 作ってみました！～ その1 ■■■

最初は紙での工作です。テーマとなる問題は次のような問題でした。

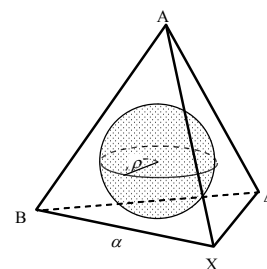
Q1. 1辺の長さが a の正四面体 $ABCD$ の体積を V 、表面積を S とする。

- (1) 体積 V を求めよ。
- (2) この四面体に内接する球の半径を r とすると、

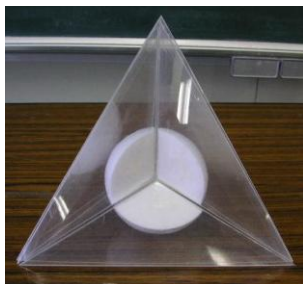
$$V = \frac{1}{3}rS \text{ が成り立つことを示せ。}$$

- (3) 内接する球の半径 r と体積 V を求めよ。

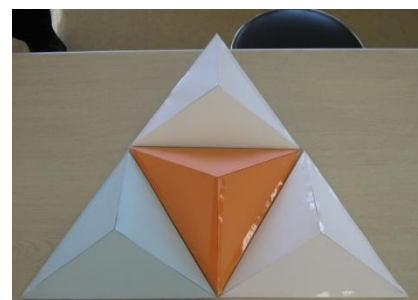
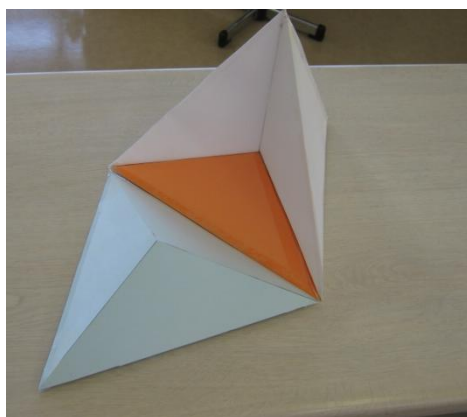
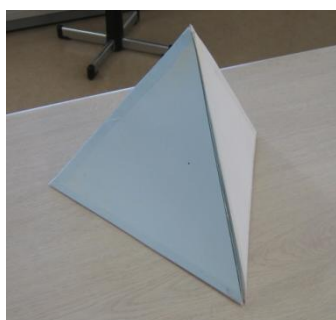
(数研出版 改訂版数学I演習問題B9)



吉田レポート^{※1}によると、この問題を提示するために作成した教具は発泡スチロールの球とプラスチック板を用いて、分割可能にしてあり構造がよくわかる素晴らしいものとなっています。(下図^{※1})



一方の私は工作初心者のため、まず厚紙を使って4つの合同な三角錐から正四面体をつくることにしました。



出来上がって授業の説明で生徒に見せたとき、「正四面体が4つの合同な三角錐に分割される」ことは、しっかりと伝わっていたようです。前出のレポート^{※1}に

「百聞は一見にしかず」との言葉があるように、立体や図形の動きを実際に見たり手に取ったりすることができる、また図形のイメージ化の度合いや経験が違うのではないだろうか。

また図形に限らず視覚による理解は言葉による理解を裏付けするものとして大きな要素である。とあり確かな手応えを感じました。

= 気づいたこと ~ 模型を作る過程に数学的活動がある =

本来は「説明補助のための教材」という位置づけで教師である私自身が教具を作成してみました。

しかし、4つの三角錐の型の設計図を作り上げるためには**数学で学んだ知識（正弦定理・余弦定理）が必要になります**。教材作成という目的達成のために**ごく自然に数学を使っている**のです。

このままの形ではなくとも、「設計の過程も含めて適切な教具を制作する課題」が、数学を感じ、習得するためには大変有用であることを感じました。その際には、材料は厚紙が適切であると思います。

例えば

- ① 底面が正三角形の**等脚三角錐の底辺の1辺の長さ**と、**体積**を与えて三角錐の模型を作る。
- ② **Q1** を解いたあとの課題として上記の模型を作らせる。

など、工夫して課題を与えてみてはどうでしょう。

残念ながらこの試みは、私は行っていません。数実研の活動ポリシーである「アイデアの相乗り」でどなたか実践してみたいかがでしょう。

■■■■ 作ってみました！～ その2 ■■■■

Q1 の問題のために紙で教具を作成しましたが「内部が見えるプラスチック板で作ってみたい。」という欲が出てきました。正四面体の内接球を考えるときの生徒のイメージによくあるのが、**底面の中線と頂点を通る平面で切断したときのイメージを正確にイメージできない**ことです。

初めての生徒は、ほぼ右図のような切断面をイメージするようです。

「この切断面を見せて理解を深めたい」ということで作ったのが第2号です。

制作のポイントは、

「切断面でズバッ！と割って、切断面を見せることが可能」であることです。

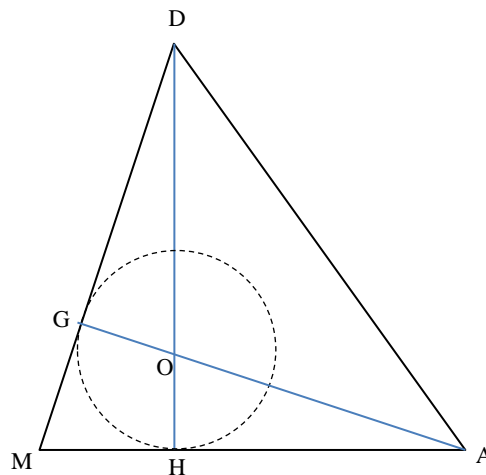
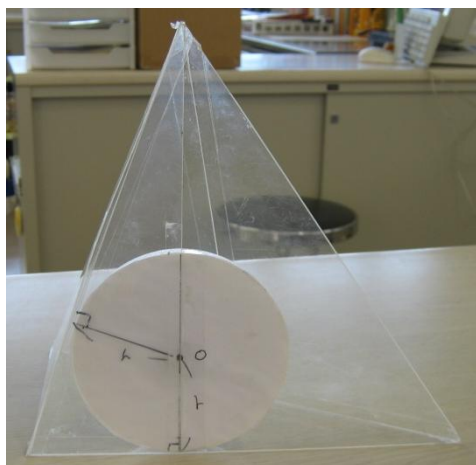
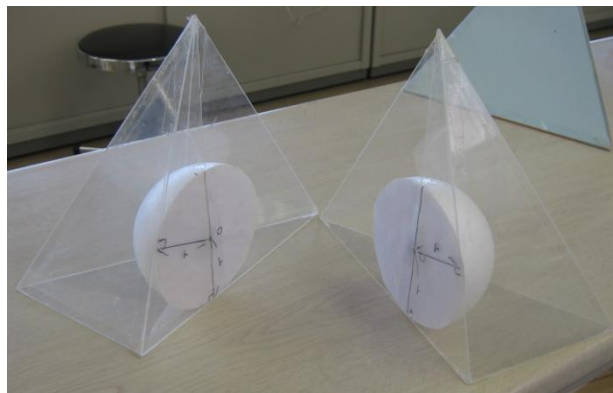
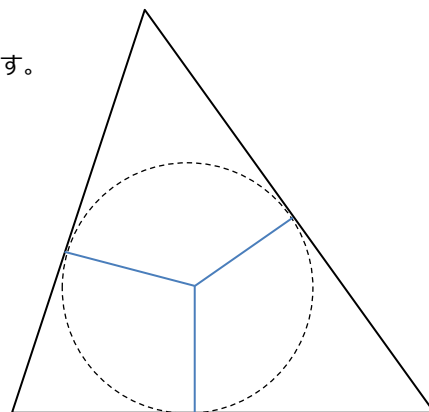
◆制作レシピ

○材料

- ・発泡スチロール球（半径 10cm）
- ・A4 大プラ板（0.2mm 厚）数枚
- ・A4 大の用紙
- ・磁石

○作り方

- ①作りたい模型の設計図をかく … この作業で数学を使います。
 - ②球はカッターで慎重に真っ二つに切りました。
 - ③プラ板は基本的にセロテープで接着しました。
 - ④半球の中央に磁石を埋め込む穴を空け、埋めたあと円形の紙を貼って磁石を固定しました。
- あとは、適当かつ自由に作ってみましょう！



この切断面を使って 半径 r ($=OH$) は体積を使わずに求められます。

$$AH:HM=2:1 \dots \textcircled{1}, \quad DG:GM=2:1 \dots \textcircled{2}$$

$\triangle DMH$ と直線 AG にメネラウスの定理を適用して $DO:OH=3:1 \dots \textcircled{3}$ となります。これを使って

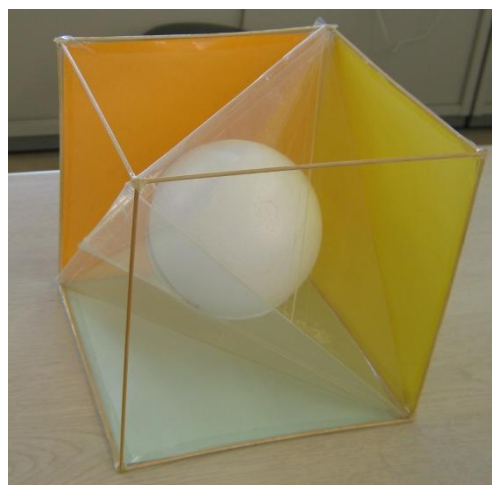
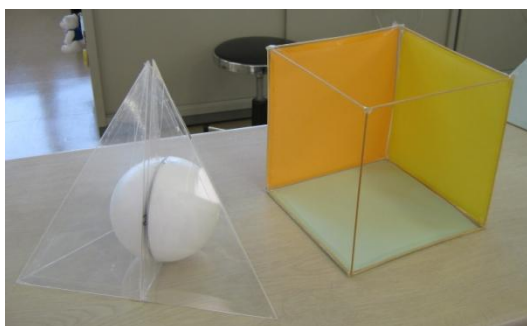
$$1 \text{ 辺 } a \text{ の正四面体の内接球の半径は } r=OH=\frac{1}{4}DH=\frac{1}{4}\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}a=\frac{\sqrt{6}}{12}a$$

■■■ 作ってみました！～ その2のオマケ ■■■

プラ板を使って仕上げた第2号を見ていると、さらに欲がでてきました。

「正四面体は辺を正方形の対角線とする正六面体に内接する」という性質を表現したくなりました。

考えるとあとは、竹ヒゴを使って簡単な工作をするだけでした。これです…



■■■ 作ってみました！～ その3 ■■■

上記のオマケを作っていると、今度は「正四面体の辺に接する球」を作ってみたくなってきました。

ここまではプラ板をセロテープで接着したりしていました。実は、竹ヒゴの接着は「オマケ」作成時点では、セロテープを使いゴワゴワとして写真のようではありませんでした。

詳細は省きますが、制作した第3号をお見せしましょう。

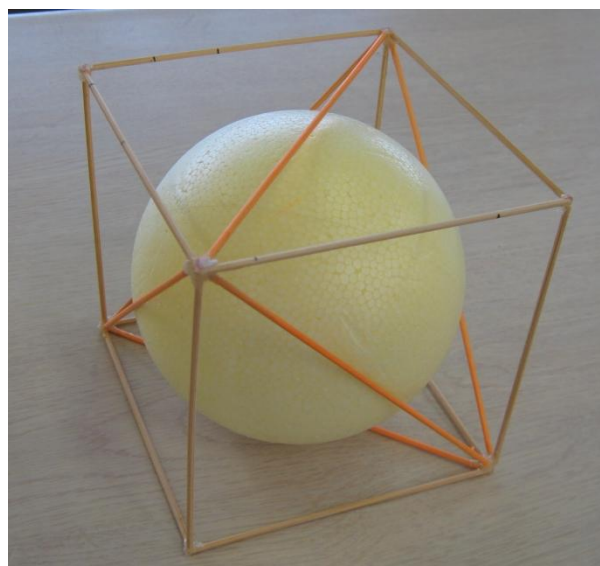
制作のポイントは、

- ・竹ヒゴを接着するには2液混合タイプの接着剤を根気よく使う
- ・接合部は竹ヒゴの太さなどを考慮して正確に測定し組み上げる

この2点だと思います。

正四面体が浮かび上がるように、オレンジ色の蛍光マーカーで辺を着色してみました。

自作教具ですから好きに改造できますね。



■■■■ 終わりに ■■■■

本レポートで紹介した教具を作ったのは昨年度（平成 22 年度）数 I を担当していた時でした。

「自分もあの教材を作って、授業をしてみたい！」という気持ちで作り始めたのですが、作り上げるための困難を解決するのも楽しくアツという間に過ぎ去った時間でした。

今回作った教具は立体を正しくイメージするための補助として制作しました。一度作ってしまえば、毎年作る必要はありません。また、同僚たちも時間が重ならないように配慮しつつ～教具が 1 つしかないため～教室に持って行って皆で活用していました。

実際の授業では、数学 I においては 1 号と 2 号しか活躍の場面はありません。3 号は私の机の上にオブジェとして置かれていました。通りすがり～本校は、職員室が廊下というちょっと変わったスペースです～の生徒たちが興味を示し、手にとって見て感心しているものもいます。

3 号は、3 年生の 2 次試験対策のときなどにも活用できるでしょう。

自作教具は立体を正確にイメージする力と共に授業に臨む教師の熱意も生徒たちに伝えてくれたようです。

対象のイメージを豊かにするためには、

- (1) 実際に提示用模型を作ること
- (2) ICT を利用して、バーチャルなモデルを見せること
※Grapes3D, Geogebra3D, Cabri3D, Mathematica, Maple など多数
- (3) 生徒自身が対象とする教具を作成すること

(2)については、今後のレポートで紹介していきたいと思います。

(3)については、無理のない教材で試みていき相互の実践を交流して蓄積して行ってはどうでしょう。次年度から始まる「課題学習」などでも活用が可能であると考えます。

(参考文献)

※¹八雲高等学校 吉田奏介『図形・立体の提示に一手間を～Plastic で数学を～』

(http://izumi-math.jp/S_Yoshida/zukei/plastic_re.pdf)

※²菅原満『実験(実見)的数学のすすめ』～身近な素材を利用しよう～2 次関数の指導を中心に

(http://izumi-math.jp/M_Sugawara/jikken/jikken.htm)