第32回北海道私学教育教科別研修会数学部会

コンピュータと数学教育

~ これまでとこれからを考える~

数学教育実践研究会 早苗雅史(札幌稲北高校), 菅原 満(札幌藻岩高校)

0 はじめに

インターネットが教育に登場してまだ数年しかたっていませんが,いま学校現場は更なる"急激な変化"を迎えようとしています。「教育の情報化」プロジェクトにより校内 LAN 整備が進み,全ての教室からインターネットへの接続が可能になります。更に光ファイバー施設によるブロードバンド化により,教育用の画像コンテンツ配信やテレビ会議システムを導入した授業等の可能性が生まれてきました。

ネットを通したプレゼン型の授業スタイルが当たり前のように行われるかもしれません。これまでのチョークと黒板と いう授業スタイルも変化しようとしています。

当然"わかる授業"の提供には,コンピュータを用いた授業に関わらず,興味・関心を引くような教材の開発や分かりやすい教授法の工夫が不可欠です。しかし,これだけ教育の世界にも情報化が進んできている現在,こうした"情報化"という流れから目をそむけて教育をしていくことがもはやできない時代に来ているのも確かです。

数学教育実践研究会では日常的にすぐに使える教材の研究や開発に軸足を置きながら,コンピュータを用いた教育の可能性を様々な角度から探ってきました。そしてその内容を Web 上で公開することにより,全国から様々な意見を集約すると同時に人的なネットワークも形成することができました。

今回の研修会ではこれまでの蓄積されたデータをもとに,コンピュータを用いた数学教育の可能性を検証しながら,これからの方向性も探っていければと思います。

1 数学教育とコンピュータの関わり

1_1 コンピュータを授業で利用する目的

数学の授業の中でコンピュータを活用している人は、実質的にはそう多くはないと考えられます。その原因としては、基本的に必要ないと考えている、効果的だと思ってもスキルが不足している、またはスキルはあっても手軽にできる環境がない、など様々なものが考えられます。

また,コンピュータを授業に用いるといってもその方法は色々あります。直接生徒が自らコンピュータに触れて操作するものから教師が提示用として使用するもの,更にはプリントとして活用する場合など様々です。

まず,何のためにコンピュータを利用するかという基本的な押さえをしっかり持つことが大事だといえます。コンピュータを授業に用いる基本的な利点としては,次の点が考えられます。

・生徒の授業理解度を高めるため

教える題材の中には板書だけでは伝えきれない場面に遭遇することが多くあります。例えば,グラフや図を多く用いる 題材や3次元空間などではコンピュータは効果的です。

・発見学習的な要素

シミュレーション型のソフトや図形作図ツールなどでは、コンピュータを通して得られたイメージやデータから数学的な考察を行うことが可能です。

・科学的な思考力の育成

現在,数学A,B,Cにおいて導入されているアルゴリズム関係では,数学的な要素を通してコンピュータの仕組みを

知ると同時に,科学的な思考力の育成を目指しています。

・生徒に数学に関する興味や関心を喚起するため

情報化や社会の変化に伴い数学の必要性が増してきているにも関わらず、生徒たちの数学離れが確実に進んできテーマす。「数学に対する興味・関心」の芽を大事に育ててあげることも大事です。

・ネットを通した教材研究

ネット上に存在する様々な数学の題材を調べ,数学に潜む魅力を探求することができます。

ここではコンピュータの活用例として,どういった場面でどのように使用することができるのかを具体例をもとに考えてみたいと思います。

1_2 数理科学としてのコンピュータ

現在のカリキュラムでは数学A,B,Cのそれぞれに,数値演算やアルゴリズムを扱う内容が盛られています。こうした内容は新教科「情報」における「アルゴリズムの基礎」とも重なる内容です。こうした数理科学としての内容を真正面から扱う実践を考えて見ましょう。

具体例としてプログラミング言語ソフト「十進 BASIC」を用いた実践例を紹介します。「十進 BASIC」は文教大学教育学部の白石和夫先生が作成したフリーのソフトです。詳しくは次のページをご覧ください。

「(仮称)十進 BASIC のホ - ムページ」 http://hp.vector.co.jp/authors/VA008683/

特に十進 BASIC を授業で使うときの利点としては,次の点が挙げられます。

- ・Windows95 上で動くソフトである。
- ・著作権フリーである。そのため常に最新のバ-ジョンで使用できる。
- ・非常に軽く、ソフトのインスト・ルが簡単。Windows のシステムを変更しない。
- ・教育課程で想定されている言語 BASIC にほとんど近い。
- ・構造化プログラミングが可能。
- ・絵定義を用いてグラフィックの変換が容易。
- ・エディタ画面,グラフィックス画面などが分かれていて,編集がしやすい。

それでは実践の主な流れを見てみましょう。

オリジナルのテキストをもとに実施

主に3つの分野,すなわち,プログラミングの基礎(変数と式,代入文・入力文,繰り返し処理,条件判断,配列変数),アルゴリズムの基礎(最大・最小値・平均値,並べ替え,検索),グラフィックス(グラフィックスの基礎,曲線の描画,図形の変換,演習:図形の描画)をオリジナルのテキストで実施。

授業の進め方

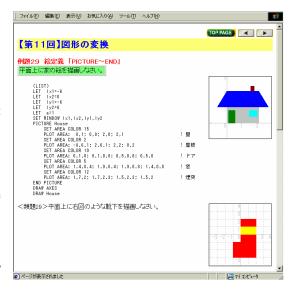
(1)例題の説明

最初にテキストの例題を教師が説明する。必要に応じて,黒板での説明,ディスプレイ上での説明(一斉送信)を与える。

(2)課題の演習

説明を受けた後,生徒は例題に沿った類題問題を行う。教師は必要に応じて期間巡視しながら,生徒の質問に答える。

(3)課題の提出



課外を終えた生徒はソースプログラムを自分のフォルダに保存。その後,メールで作成したファイルを添付して教師側の指定したアドレスまで送付する。教師は送られてきた課題を確認し,チェックする。

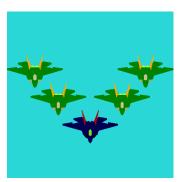
授業の様子

テキストの一部を割愛したところもありましたが,ほぼ予定通り行われました。授業の様子としては,次のような感じでした。

- ・最初はパソコン操作や日本語入力メーラーの操作に慣れない生徒がかなりもたついていたが、次第に習得していった。
- ・期間巡視も後半になると質問も少なくなり、課題をこなすのに一生懸命であった。
- ・毎回の課題を消化できずに進度に追いついてこれない生徒もいた。そうした生徒は休み時間に早めに来て,課題作成に 取り組んでいた。
- ・生徒間の能力格差が大きく,一人でどんどん先に進む生徒と毎回の課題を消化できない生徒の格差は大きかった。その ため,パソコンに対する興味・関心度も差が出て,興味を持つ生徒,劣等感を持つ生徒が生まれてきた。
- ・最後の自由課題では自分のアイディアと力量とを相談しながら、様々なユニークな作品が多く見られた。
- ・課題を家からメールで送ってくる生徒もいた。また,十進 BASIC のソフトをフロッピーにコピーした生徒も 30 名以上 いた。







= 生徒作品例

評価問題について

プログラミングの基礎やアルゴリズムの基礎における問題については,これまでも多く扱ってきました。現課程に数学においても評価問題としてはある程度定着しているといえます。今回はグラフィック関係の部分を評価問題に取り入れてみました。詳しくは次のページをご覧ください。

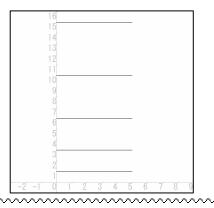
「新教科「情報」 C G分野における「数学」」 http://www.nikonet.or.jp/spring/cg/cg.htm

次のプログラムは下の(1)~(3)の直線を描画するものである。それぞれのグラフに対して,空欄を埋めよ。ただし,PLOT

LINES: x1,y1; x2,y2 で,2点(x1,y1),(x2,y2)を線分で結ぶものとする。

SET WINDOW -3,9,-1,16
DRAW AXES
LET Y=0
FOR I=1 TO 5

PLOT LINES: 0,Y;5,Y
NEXT I
END



「十進 BASIC を用いたプログラミングの指導」(早苗雅史)http://www.nikonet.or.jp/spring/program/program.htm 富川高校の小笠原先生も十進 BASIC を用いた同様の実践を行っていますので,次のページをご覧ください。

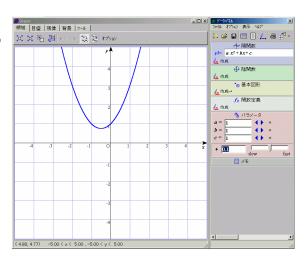
「数学的活動中心の数学教材」(小笠原 節) http://www.nikonet.or.jp/spring/kyouzai/kyouzai.htm

1_3 発見学習としてのコンピュータ

数学の授業の一部分において生徒が自らコンピュータを操作し、数学の題材を自ら考えていく、そんな活用法をいくつか紹介しましょう。

まずは関数グラフ表示ソフト「Grapes」を用いた実践です。この ソフトは大阪教育大学付属高等学校池田校舎の友田勝久先生が作ったフリーウェアで,次のような様々な特徴があります。

- ・インターネットでダウンロ・ドできるフリーウエアである。
- ・Delphi で作成されているため実行ファイルのみで動作する。
- ・サイズが小さくフロッピー一枚に収まる。
- ・陽関数,陰関数,極方程式,不等式の表す領域などをサポート。
- ・パラメータを変化させることでグラフの変化が読み取れる。
- ・残像表示やスクリプトでアニメーションもできる。



このソフトを用いた2次関数の実践例を紹介します。

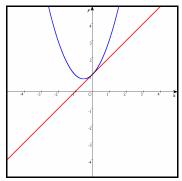
- 2次関数の式の形を一般形から先に導入
- 一般形の式を先に与えパラメータの変化を生徒に考察させました。一般的な形から導入する方がより自然で,特にパラメータbの役割が生徒に問題意識を持たせます。標準形での動きの単純さが引き立つことにより,標準形の重要性が感覚としてわかります。

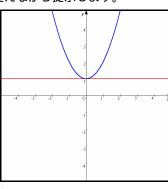
作成した画像をワープロにまとめるという"実習感覚"

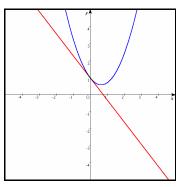
パラメータを変えて得られるグラフを Grapes 上からコピーし,ワープロに貼り付けるという作業をさせました。最後に各パラメータの果たす役割を考察させ,プリントを提出させました。

- 2次関数の一般形のパラメータ b の説明の補足に「和関数」としてのイメージを導入
- 2 次関数の一般形のパラメータ b の持つ意味はなかなか難しいところですが,数実研で札幌新川高校の中村文則が発表された「和関数」の考え方を補足として説明しました。

「和関数としての 2 次関数のグラフ」(中村文則) http://www.nikonet.or.jp/spring /add/add.htm $y = ax^2 + bx + c$ のグラフを $y = ax^2$ と y = bx + c のグラフの和関数として考え ,y 軸上の切片 c で y = bx + c の直線に接する ということを , パソコンでパラメータを変えながら提示します。







実践例についての詳細は、次のページをご覧ください。

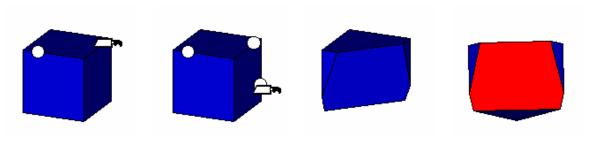
「2次関数の導入部分におけるコンピュータの活用」(早苗雅史)http://www.nikonet.or.jp/spring/gp_ft/gp_ft.htmまた,札幌拓北高校の時岡先生が,「円と直線」「いろいろな曲線」「不等式の表す領域」において Grapes を用いた実践をされていますので,そちらもご覧ください。

「コンピュータ利用の授業報告」(時岡郁夫) http://www.nikonet.or.jp/spring/cp_rpt/cp_rpt.htm

次に, 徳野行太氏の作成したフリーソフト「Virtual Solid」を用いて, 空間図形の断面図や展開図指導での実践を考えて見ましょう。このソフトは Version1.00 に限りフリーのソフトで, 次の2つの点に特化したフリーソフトです。

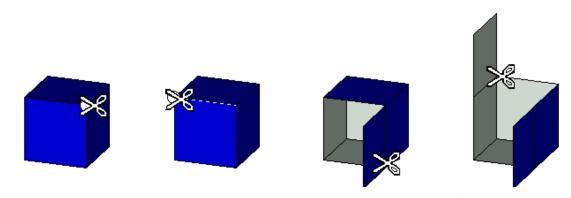
空間図形の切断

立体上の3ヶ所を指定することにより、任意の位置で図形を切断できます。切断は一度だけでなく何度でも実行できます。また、切断した立体を後から展開することもできます。



空間図形の展開

立体を任意の形に展開できます。展開後,頂点や辺がどのように接していたかを調べることができます。



利用可能な立体としては、全ての正多面体・角柱・角錐・球があります。また、立体の面ごとに自由な色を割り当てたり、切断面を真正面から見ることができるなどの工夫がなされています。空間図形の導入部分において、立方体の展開や切断面の学習に大変役に立ちます。小学校高学年から導入される内容ですが、現在の生徒にとってはこうした空間把握はとても苦手な分野のようです。特に展開も切断も11種類あることを提示し(切断面で等脚台形を入れると12種類)、全ての場合を生徒に発見させることはかなり困難な状況です。とても1時間ではこなしきれない課題かもしれません。最後に解答として配布したプリントが、次のページにあるので参考にしてください。

「数学玉手箱 立方体の展開・切断」(早苗雅史) http://www.nikonet.or.jp/spring/sanae/MathTopic/MathTopic.htm

1_4 提示用教材としてのコンピュータ

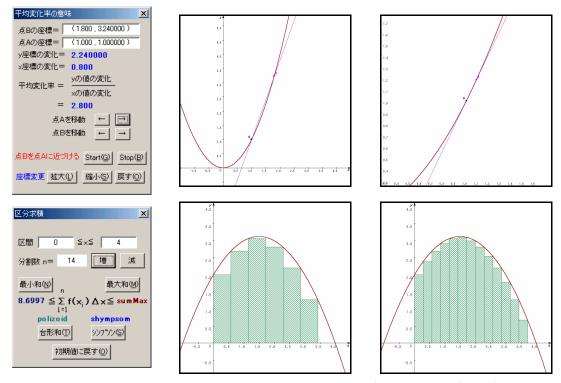
次に授業における提示用教材としての活用法を、いくつかの具体例をもとに考えてみましょう。構内 LAN 整備が進む中、プロジェクタを用いた「解説型」「問題提示型」での利用がこれからのコンピュータ利用の中心となることは明らかでしょう。提示用教材としての活用は様々な題材が考えられます。そのうちのほんのいくつかを紹介します。

まず,関数グラフ表示ソフト「FunctionView」を用いた活用例を紹介します。このソフトは群馬県立桐生工業高校の和田啓助先生が作成されたフリーウェアのソフトです。提示用,プリント教材におけるグラフ作成のほか,再配布フリーのため全てのパソコンにインストールして生徒に問題解決の場面で操作させることも可能です。現場で授業を担当する高校数学教師が作成したプログラムの為,実際の授業を想定した機能が最初から備わっており,アニメーションなどの作成が簡単にできるところが最大の魅力だといえます。次にあげるのは接線の変化,平均変化率に関する教材ですが,こうした

提示用の教材作成では, FunctionView は大きな威力を発揮するといえます。

「数 関数における提示用教材・基本例」(早苗雅史)http://www.nikonet.or.jp/spring/cp_rpt/ft_pre/ft_pre.htm

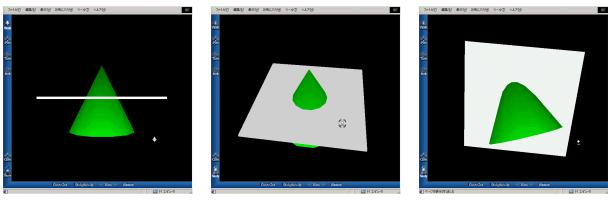
「【演習】高校数学支援ツール「関数グラフ表示ソフト」」(菅原満) http://www.nikonet.or.jp/spring/Fview/Fview.htm



構内 LAN 整備に伴い教室内にもインターネット環境が整うことを考えれば,ネット上でブラウズできる教材は大変魅力があります。そんな教材を VRML と Java の 2 つを例にとって考えて見ます。

まず VRMLを用いた提示用教材の作成例です。VRML(Virtual Reality Modeling Language)は HTMLの3次元版であり、インターネット上でサイバースペースを構築するための言語です。言語といってもCや他のコンピュータ言語のようなプログラミング言語ではなく、"シーン記述言語"といえます。VRMLのイメージは、まず一つの風景(シーン)があり、その中にいくつものオブジェクト(ノードという)が配置される、といったところでしょうか。VRMLファイルはコンピュータに理解可能なオブジェクトの集合に変換され画面上に表示されます。つまり、プラットホームに独立なのです。まさにコンピュータグラフィックス向けに特化したもので、豊富なモデルを容易に生成することができる組み込み機能を多く備えています。なによりテキストベースで作成し、読みとり可能なブラウザがあれば、すぐに表示できるところが手軽で使いやすいといえます。

具体例で示しましょう。次の例は円錐曲線をイメージ化させたものです。



「VRML2.0 TUTORIAL」(早苗雅史) http://www.nikonet.or.jp/spring/sanae/VRML2/Vrml2.htm

[「]Let's Create The 3D Graphics」(早苗雅史) http://www.nikonet.or.jp/spring/Ma_VRML/Ma_VRML.htm

次に Java アプレットを用いた教材作成例を紹介します。プログラミング言語 Java の特徴を大まかに列挙すると次のようになります。

· Architecture Newtral

Java 環境においては,各アプレットは Java Virtual Machine という仮想のコンピュータ上で動作します。そのため,機種や OS に関係なくそのまま利用できます。

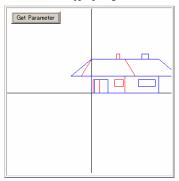
- ・static から interactive へ サーバーが必要なプログラムを,自分のブラウザ上で動作させることが可能です。
- ・object 志向, class 継承 プログラムを明確化,そして簡素化する事ができ,プログラムの再利用や管理・開発が容易になりました。
- byte type

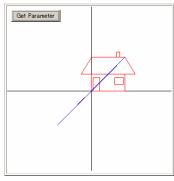
Java は直接メモリ上に書き込まないために,非常に安全性が高い。Java 自体はアプリケーション作成の言語としても用いることができるため,教育用の言語としての可能性も秘めています。

具体例をもとに Java アプレットを用いた教材例を見てみましょう。次の例は,作用素としての行列の役割をパラメータの変化とともに考えさせるものです。対称移動,拡大・縮小,ずらし変換,回転移動,退化する変換などの基本的な変換と行列がどのような関係があるかを見ることができます。更には複素変換との関係にまで発展させて考えさせます。まわりくどい説明より身近な画像を変換させることでイメージできやすくなります。

「Java で 1 次変換」(早苗雅史) http://www.nikonet.or.jp/spring/transfer/transfer.html



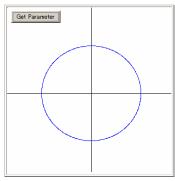


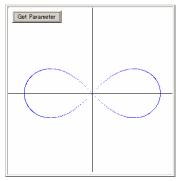


次の例はいろいろな曲線をパラメータを変化させることで、どのように変化するかを考察するためのものです。

「Java でみるいろいろな曲線」(早苗雅史) http://www.nikonet.or.jp/spring/sanae/Curves/Curves.htm







1_5 教材作成としてのコンピュータ

教科書では直接扱わないようなものでも,内容的に面白ければ生徒は関心を持ちます。特に最近の生徒の傾向としては 図やグラフなどのイメージから理解していく傾向が見られます。そのため,数学通信やプリントなどの補助的なプリント に視覚的なイメージ図などを作成して挿入することは大変効果的です。直接授業においてコンピュータを使用するわけで はありませんが,教材作成の一方法として,特にイメージ図作成のためにコンピュータを活用することで生徒の理解度の 手助けとすることができます。具体例として Web 型数学通信「数学玉手箱」の中からいくつか見てみましょう。

- ・展開公式の図的解釈 $(a+b)^3$ の展開公式を 1 辺が a+b の立方体を 8 つの直方体にわけたときの体積の和と考え Visual に説明する。
- ・0⁰をイメージ化する

指数の学習でa 0 のとき a^0 = 1 と習うが,では 0^0 はいくらになるのであろう。3 次元図形をもとに Visual に説明する。

・波面にみる2次曲線

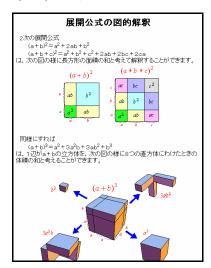
池に小石を投げ入れたときにできる波面。その中に隠れている2次曲線を考える。

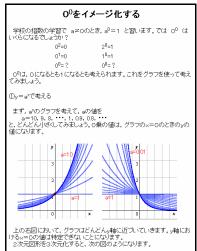
・約数の個数

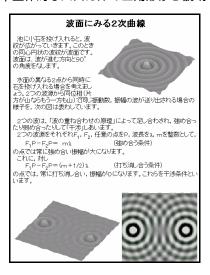
正の整数 $x = a^p b^q c^r \cdots$ の約数の個数は(p+1)(q+1)(r+1)...で求まるが,これを3次元分子モデルを使って説明する。

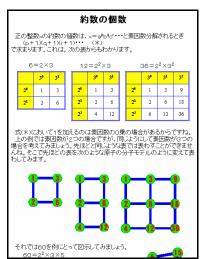
- ・合成の公式の視覚化
 - 三角関数の合成の公式の意味を、ベクトルを用いて視覚的に説明する。
- ・2次3項式の展開

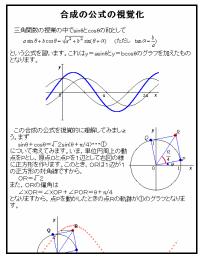
 $(a+b)^n$ の展開式に現れるパスカルの三角形。これを $(a+b+c)^n$ まで拡張し,立体的なパスカルの三角形から説明する。

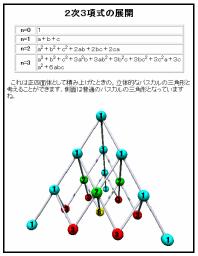












「数学玉手箱」(早苗雅史) http://www.nikonet.or.jp/spring/sanae/MathTopic/MathTopic.htm

1_6 教材研究としてのコンピュータ

「数学教育実践研究会」では日常的な授業の実践に役立つ研究を目指して活動してきました。その中で最も特徴的なのは,何気ない一つのテーマを,様々な観点や実践から深めていこうという点です。そうした教材研究の中でもコンピュー

タは大きな威力を発揮します。具体例を2つほど紹介しましょう。

まず一つ目は藻岩高校の中村文則先生が提起した「2円の交点を通る直線の問題」です。 『2つの円

$$x^2 + y^2 = 1$$
 ... , $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 16 = 0$...

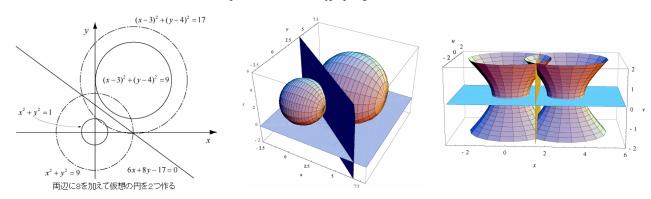
の交点を通る直線は何か

という問題を, - より 6x + 8y - 17 = 0 としてしまうのは,テクニック偏重の受験数学の最たるものである。』

このテーマをもとに,ベキの比としての点の軌跡や球束と xy 平面との交わりが作る曲線などの分析がなされました。 更に世界を複素数にまで広げ,虚円の交点の影としての直線の存在を示しました。こうした教材研究にもコンピュータは 本当に大きな威力を発揮します。到底人の力だけではなし得ない世界をコンピュータは作り出してくれるのです。

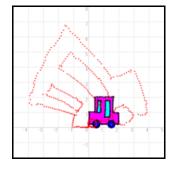
また,派生的に「受験数学」とは何だろうか,といった論議もメーリングリスト上でおこりました。参加者も高校生から社会人までに至り,テーマによっては分析・議論自体が一つの教材となりうることを示したのです。こうした手法を可能にしたのはメーリングリストを含めた媒体としてのメールや Web コンテンツといったメディアの存在があげられます。なお,このテーマに沿った一連のレポートが,次のページにありますので参考にしてください。

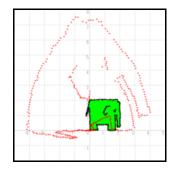
「2円の交点を通る直線の問題」 http://www.nikonet.or.jp/spring/thema/d_circle.htm



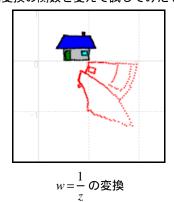
次に複素数による図形変換を "作用素"としての観点からアプローチを試みた教材例を紹介します。現行課程では科目「数学 B」の「複素数と複素数平面」で扱われる内容です。複素平面上における図形問題の解法には,様々な面白い要素を含んでいますが、機械的な計算によってその魅力を失わせている解法も目立ちます。研究会ではそのテーマを更に深め,分かりやすくイメージ化してきました。こうした複素変換を描画するのに十進 BASIC は最適です。それは独自の拡張機能として複素数モードを持っているからです。プログラムの序文に OPTION ARITHMETIC COMPLEX と宣言すると,複素数モードに設定されます。そして,z=complex(x,y)で z=x+iy という複素数が得られ,関数を定義するだけで変換後の複素数が得られるのです。その後 Re(w),Im(w)として,実部と虚部の部分を取り出し描画します。次の図は変換 $w=z^2$ で家,車,象それぞれを変換して得られた図です。最も大きな特徴はマウスペンで"なぞる"ことで,変換後の図形が姿を現すため,シミュレーションとしての価値が大きいことです。

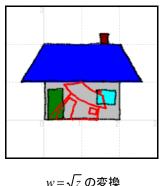


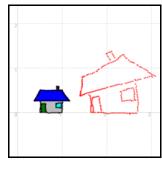




次の図は変換の関数を変えて試してみたものです。







「作用素としての複素数」 http://www.nikonet.or.jp/spring/thema/complex.htm

1_7 ネットワークとしてのコンピュータ

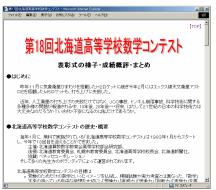
北数教高校部会では'97 年からネットワーク型の教材データベ-ス「数学のいずみ」を公開しています。数学にまつわる話題を集めた「数学トピックス」,普段の授業実践の報告例を収めた「実践記録・レポート」,テーマを絞って研究を深めていく「テーマ別共同研究」などがあります。また,地域の高校生の数学の資質向上のために長年実施してきている「北海道高等学校数学コンテスト」の問題や長年蓄積された中でシリーズ化された「数学の小手技」「メイくる数学」「数学玉手箱」などが新たに加わりました。

年代を問わず多くの意見も寄せられ 小さな試みが長年の蓄積と同時に数学教育に少なからず役割を担うことができるまでになってきました。 校内 LAN 整備が進む中で,より授業に使える教材作りの蓄積が求

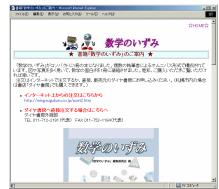


められています。これまで蓄積されたデータを,更により現場に即した形での還元の仕方が必要となるでしょう。

ネットワーク型の教材データベ - ス「数学のいずみ」 http://www.nikonet.or.jp/spring/







1_8 もはや特別でないコンピュータ ~ あくまでも教材が中心

これまで見てきたようにコンピュータを様々な形で数学教育に用いることができます。しかし,どんな形で用いたとしても大事なのは教材の中身です。魅力ある授業を作るには,魅力ある題材が必要になります。ソフトウエアの機能を理解して使いこなす前に,どういった場面で,どんな内容で用いたいのか。そうした教材研究こそが必要であると思われます。

コンピュータばかりに頼るのも大きな問題があります。最近の生徒はコンピュータに慣れている世代ですから,内容が

伴っていなかったり、だらだらと間延びした授業ではそっぽを向いてしまいます。場面によっては、様々な教具を用いて 説明したり、実習形式の授業を取り入れた方が、逆に生徒にとっては新鮮で、かつ、インパクトが強いといえます。また、 数学通信やイメージ画像を多く取り入れたプリントなども効果があるといえます。

2 数学用フリーウエアを用いた数学教材作成の具体例

現時点で授業に使用できるフリーウェアのツールの中から下記の3本をその教材作成例と共に紹介します .いずれのツールもその開発者の熱意が感じられる素晴らしいソフトです .

またこれらのツールを効果的に使うには,教材研究における授業要点を明確化し,それぞれのソフトの特性を把握したうえで使い分けていくことが重要です.

使用ソフト一覧

Geometric Constructor/Win ソフト名 Function View Grapes Geometric Constructor/Java Version ver.4.43d ver.6.00 ver. 1.7.2. 友田 勝久 和田 啓助 飯島 康之 著作権者 (大阪教育大学附属高等学校 (群馬県桐生工業高等学校) (愛知教育大学数学教室) 池田校舎) Windows95, 98, Me Windows95, 98, Me Windows95, 98, Me 使用OS WindowsNT, 2000, XP WindowsNT, 2000, XP WindowsNT, 2000, XP 開発言語 GC/Win ~ Visual Basic Borland Delphi Borland Delphi GC/Java ~ Java http://www.auemath.aichi-edu. ホームヘ゜ーシ゛ http://hp.vector.co.jp/authors http://www.osaka-kyoiku.ac.jp/ ac.jp/teacher/iijima/gc/test-gcw URL VA017172/index.htm ~tomodak/grapes/index.html in/download.htm 用途 関数グラフ表示 関数グラフ表示 図形作図ツール 再配布の条件 再配布自由 再配布自由 (条件付き) 研究目的以外の配布禁止

2_1 作図ツール「GeometricConstructor」

2_1_1【特 徵】

GC は単なる「演示型(シミュレーション)型」ソフトではありません.勿論そのようにも使えますが,「発見学習型」「問題解決型」などの多岐にわたる学習形態で授業を展開する際にも有効です.勿論,その際に教材の分析,発問の仕方などをトータルに考えていく必要があることは言うまでもありません.これまで中学校で扱われてきた図形に関する教材が平成 15 年度からの新カリで高校へ移行してきますが,この図形分野を扱うツールとしてGCは実績をあげてきています.以下 GC マニュアルより特徴の抜粋です

「授業」での利用のためのソフト

先生がいて、生徒がいて、プロジェクタを介して一つの図について議論したり、グループで調べたりする環境です。必要に応じて、先生が指示をしたり、ワークシートを配ったりする環境です。そして何よりも、生徒の思考を妨げないことが重要です。こういう数学的探究を実現したいという私自身の思いや現場の先生方や授業実践を反映させながら、「授業」での使いやすさを追究していこうとするソフトです。

インターネットとの連携

GC はソフトを単独で使うというよりも、インターネット上にいろいろな資料を整備し、それを使ってもらうことを 想定しているソフトです。作図ツールを使った教材展開、授業例などは下記の HP を参考にしてください.

「GC Forum」 http://www.auemath.aichi-edu.ac.jp/teacher/iijima/index.htm

さまざまな環境で利用できるソフト

現在, GCには次の3種類があります。GC/DOS, GC/Win, GC/Java。

これらのどれかを使えば,おそらくほとんどの学校で使うことができると思います。もちろん,データは(一部機能を除く)共通ですし,様々な形で連携を取れるようにしています。

キーボード操作も可能なソフト

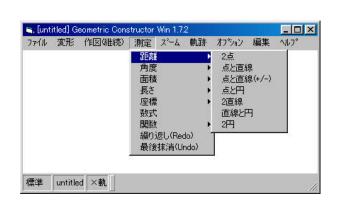
基本は「変形」 「1点の変形」ですが,「複数の点を動かす」ことも可能

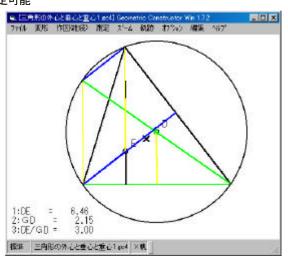
豊富な作図機能を装備

- ・解析幾何的な図形指定も可能だが, 図形の幾何的性質からの指定が豊富.
- ・生徒の思考を重視し,発見学習的な 環境を提供



距離,角度,面積,長さなど作図した図形に関する測定機能を装備 作図した図形は,マウス・キーボードで簡単に動かせ軌跡も設定可能

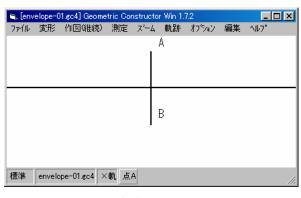




2_1_2 【教材作成例】

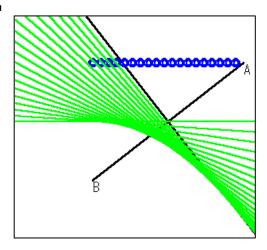
《例1》垂直2等分線の描く軌跡~包絡線による2次曲線の描画

(発問1)「Fig.1 で点Aを左右に動かすと何が見えてきますか?」

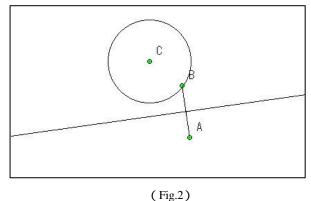


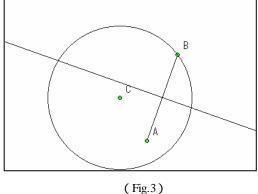
12

(Fig.1)



(発問2)「点Aが円周上を動かすとき,何が見えてきますか . さらに円の位置を変えるとどうなるでしょう」





<作成手順概要>

2 点 A , B をとる [作図] [点] [新しい点の追加 ([Ctrl]+F も可)]

2点A,Bを結ぶ線分を引く [作図] [線分・多角形] [2 点を結ぶ]

[Fig.1] 点 A を直線上で左右に動かす

- ・直線上を動かすには,点A上で右ボタンをクリックし「点Aのキーボード変形」を使うと便利
- ・「軌跡」 [設定] 「直線] ([Shift]+[F2]も可) から垂直二等分線を選択して、軌跡の色を、緑、に設定する. 実際に軌跡 を表示するには[F9]を押して表示機能を On にする . 表示してある軌跡を消去するには . [Shift]+[F9]を押す .

[Fig.2], [Fig.3] 点 A を円周上で動かす

・点 A を円周上に設定する [編集] [点(束縛条件)](点 A を選択) [円上にとる](円を選択) この操作をしなくとも[Shift]キーを押しながらマウスで点を移動させると,近接した円(直線)上を移動可能

《例2》 $w = \frac{1}{2}$ による変換で複素数 z はどのように変換されるか

これは 1.6 で作用素としての図形変換を十進 Basic で行った教材です.この変換は「単位円に関する共役反転変 換」になっており平行移動,回転などとは異なり生徒にとってイメージしにくい教材です.この変換についての理 **論的側面は次のレポートが参考になります.ではこの教材のイメージ化をGCで行ってみましょう.**

「メビウスのわだち」(中村文則) http://www.nikonet.or.jp/spring/mebius/mebius.htm

(発問1)「点zが直線上を動くときの像1/zの軌跡は」

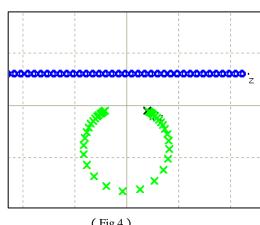
- (ア)直線が原点を通らないとき
- (イ)直線が原点を通るとき

(発問1)「点zが,円周上を動くときの像1/zの軌跡は」

- (ア)原点が円の外部にある場合
- (イ)原点が円の内部にある場合
- (ウ)原点を通る場合

発問をしてからの考える間を大切にしたいものです この段階で z のような数式ではなく,実際に生徒自身が

点を動かすことでイメージをつかませたいところです. 数式はその後で理論補強をする場面で登場する訳です.



<作成手順概要>

座標倍率を複素数用に設定 [ス゚ーム] [複素数用] 新しい点をとり名前をzとする

[編集] [点](点 A を選択) ('名前'を'z'に) 点 1/z をとり,名前を'1/z'にする

[作図] [複素数] 逆数(1/z)

2点の軌跡を設定

[Fig.4] 点 A を直線上で左右に動かす

- ・直線上を動かすには,点z上で右ボタンをクリックし
- 「点zのキーボード変形」を使うと便利

[Fig.5] 点 z を円周上で動かす

・点 z を円周上に設定する [編集] [点(束縛条件)](点 z を選択) [円上にとる](円を選択)

この操作をしなくとも[Shift]キーを押しながらマウスで点を移動させると,近接した円(直線)上を移動可能 現在 GC はネットワーク環境での使用を積極的に推進しており,使用するパソコンに依存しない Java で作成したヴァージョンがあります.これにより,インストール作業を必要としない形での利用が可能となっています.パソコンにインストールするソフトを制限されている場合などにおいてもネットワーク環境があればどのパソコンからでも GC が授業で使えます.前出の「GC Forum」では,すぐに体験できます.

またGCの基本的は操作については,次のレポートにも参考にしてください.

「Let's enjoy using GC」(菅原満) http://www.nikonet.or.jp/spring/gc_ex/gc_ex.htm

2_2 グラフ表示ソフト「Grapes」

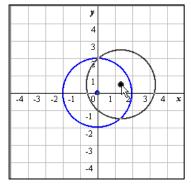
2_2_1【特 徵】

GRAPES は、パソコンの画面上に陽関数、陰関数、媒介変数表示の関数および極方程式のグラフを描き、それを様々

な角度から調べるためのソフトです・特に分かりやすいユーザーインターフェイスと,グラフ上での細かな指定が可能なため高い表現力を持ち,基本機能の充実とともにプレゼンテーション能力が非常に高いソフトです、以下に特徴をまとめておきます。

陽関数,陰関数,媒介変数表示,極座標のグラフのほか円,点,線分, 直線,矢印も描画可能

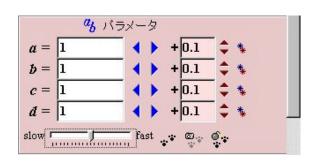
例)点から直線への垂線,2点を結ぶ線分(直線)の描画 マウス操作によるグラフ(点)の移動可能





すべての図形はパラメータと残像機能の併用による軌跡や曲線群の 描画可能 . マウスで動かすことも可能 .

プログラム (スクリプト) でパラメータや残像のコントロールができ, 軌跡の描画や繰り返し処理を自動で行うことができる.





ズーム・ワイド・移動など表示エリアのサイズをいつでも変更可能 フルサイズ表示も可能

関数値比較・定積分など,グラフを調べるための道具の充実 メモ機能を装備し問題の提示などに利用可能

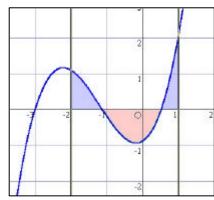
印刷・SAVE・LOAD などの補助機能の充実

マウスとメニュー・ボタンによる直感的で簡単な操作

関数式の記述は,通常の記述と同じ(例:乗算記号の省略)

場合分けの関数を記述可能

多くのサンプルデータを用意(約360個)



2_2_2 【教材作成例】

Grapes は、後述する FunctionView と同様にグラフ描画ツールとして、すでに全国的に利用されているソフトです。その授業実践報告も多数発表されています。ラベルへの数式挿入、スクリプトの実行など工夫次第で何でも出来てしまうのが Grapes の特徴です。スクリプトを使ったプレゼンテーション型教材を作成してみましょう。

《例1》「不等式の表す領域と解の実数条件」

「 点 P(x, y) が原点を中心とした半径1の円の周および内部を動くとき, 点 Q(x+y, xy) の動く領域を図示せよ」

解) x+y=u, xy=vとおくと,

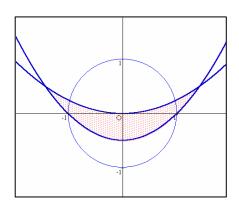
$$x^2 + y^2 = u^2 - 2v + 1 \dots$$

 $t^2 - ut + v = 0$ の実数条件より $D = u^2 - 4v + 0$...

よって求める領域は右図.

生徒は は大丈夫なのですが, の実数条件を忘れることが多く, 「x,yがどんな実数をとっても表しきれなN(u,y) がある」または 「u,v が実数であってもx,y が実数とは限らなN」などと説明しても 釈然としなN様子です.





To see is to believe. の実数条件をイメージ化してみましょう.新しい思考パターンを身に付けるには試行錯誤が必要です.生徒は教師のシナリオどおりには理解してくれません.

提示用教材は「これだ!」と思ったときに"短時間で作成可能"であることが重要です.授業のなかで数分間しか使わないプレゼン教材を数時間もかけて作成するのでは,日常の教材研究に逆効果になりかねません.準備時間は短時間でできることにこしたことはありません.

Try and error をする場面も設定しておくとよいでしょう . それには " 点のドラッグ " を利用します .

では,機能を確認しながら作ってみましょう.

< 作成手順概要 > ドラッグ可能な点 P を設定する

グラフエリアで右クッリクから作成

Pを変換した点Qを設定する

単位円を描く

さらに,次の改良を加えてみます.

(a)点 Pを移動方向を制限する

ドラッグモード

- ・水平方向 \sim 点 P の y 座標を " + 1" と符号をつける . Grapes では符号付数値または数式で設定された座標方向へは ドラッグ不可になります .
- ・垂直方向~点Pのx座標を"+1"とする
- ・曲 線 上 $\sim x$ 座標を 1 , y 座標を ' f(x) ' として関数定義で f(x)を 定義する

パラメータを使って動かす

- ・パラメータを使いx-y軸方向に制限
 - $\sim x$ 座標を a, y座標を b とパラメータを使って設定する.
- ・円周上に制限
 - ~点Pのプロパティで極方程式を選択してr = a
- ・曲線上に制限
 - ~ドラッグモードの'曲線上'と同様にしてx座標をaにするこれらを用途に応じて使い分けていきます.
- (b) 2点の対応関係を で明示する

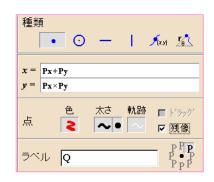


- (c)点 Pの座標をラベルに表示する
 - ・式を表示するには,半角中括弧"{}"で囲む.
 - ・関数を多項式として表示するには,"?{}"で囲む.
 - ・式の値を表示させるには,対象式を"!{}"で囲む.
 - ・表示桁数を指定するには、!{式|桁数} と書く.
 - ・値の符号を非負の場合にも表示させるには,+!{式}と書く.

(d)スクリプトによる自動実行

Grapes の特徴の一つにこの簡易スクリプトがあります.これを使って「不等式の表す領域と解の実数条件」の提示用教材を作成すると次のようになります.

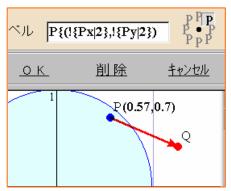












メモエリアへの記述内容 //で始まる部分はコメント文

<L>《不等式の表す領域と解の実数

点{P(x,y)}が原点を中心とした半径1の 円周上および内部を

動くとき,点{Q(x+y,xy)}の動く領域を考 えてみましょう

<Green> 点{P}をドラッグしてみまし ょう

半径{k}変化させて周上を動かしてみま しょう

最後に平面上の点を全て変換してみま しょう</Green>

#//初期化

#k := 1

#Px := 1

#Py := 0

#draw /描画/

条件》</L>

#ClrAimg //残像消去

… #//円周上を動かす(半径固定)

#for t := 0 to 2 * Pi step 0.2

Px := k * cos(t)# Py := k * sin(t)# draw #next t

#t:=0

#Px:=k*cos(t)

#Py:=k*sin(t) #draw

#//円周上を動かす(半径 Auto)

#ClrAimg

#for k := 1 to 0.2 step -0.1

for t :=0 to 6.28 step 0.2

Px := k * cos(t)

Py := k * sin(t)draw

next t

#next k

#Px := 1

#Py := 0

#draw

#//平面全体を変換する(原像あり)

#ClrAImg

#for t := 2.5 to -2.5step -0.2

for s := 2.5 to -2.5 step -0.2

Px := s

Py := t

draw

next s #next t #Px := 1#Pv :=0 #draw

#//平面全体を変換する(高速)

#ClrAImg

#for t := 3 to -2.5 step -0.2

for s := 3 to -3 step -0.2

Px := s

Py := t

calc //描画せずに計算のみ

next s # draw

#next t

#Px := 1#Py :=0

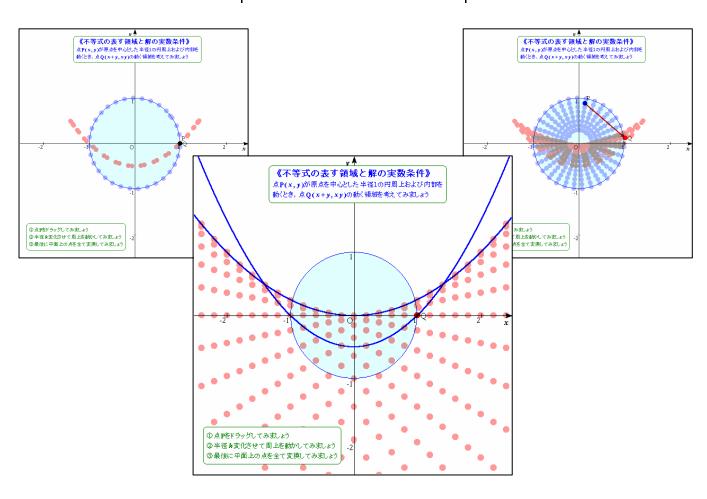
#draw

#HideScript //

#On k Change //変数 k が変化したとき

実行する

#Px:=k#Py:=0



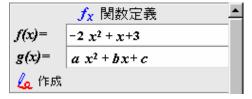
《例2》 $y = ax^2 + bx + c$ の係数を変化させて与えられた放物線に一致させるゲーム

Grapes では,「メモ」機能で数式や変数の値を表示させることが可能です.また,データパネルの部分的な表示・非表示も可能になっています.

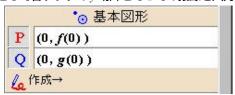
<作成手順概要>

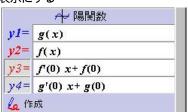
「関数定義」で動かす関数 g(x) [青]と, 答 f(x) [赤]の関数を 定義する

 $f(x)=-2x^2+x+3$, $g(x)=ax^2+bx+c$



補助として各グラフの y 切片とそこでの接線を入力する.入力後非表示にする





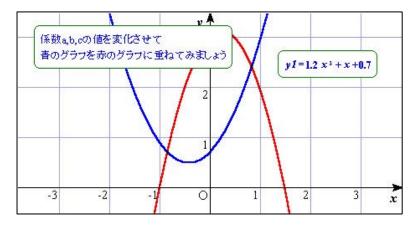
「メモ」欄に問題とグラフの関数式を記述する.このとき2行開けると別メモとして扱われる. メモ欄からグラフエリアへドラッグし見やすい場所に移動する.





?{y1}と入力することで係数に数値を代入した"整式"として表示できます

メニュー"表示"で"関数定義エリア", "線分定義エリア"を非表示に設定する.





2_3 関数グラフ表示ソフト「FunctionView」

2_3_1【特 徵】

前出の「Grapes」とほぼ同様の機能を持ちながら,さらに次のような機能を備えています.

z = f(x,y)で表される陽関数の空間図形を描画可能

解析的表現だけではなく「図形的表現による点の表現・描画が可能」

- ・三角形の5心,線分の分点,円周上の点,点の回転,2直線の交点,円と直線の交点,円と円の交点 円外からの接点,2円の共通接点,直線への垂線の足,直線に関する対称な点
- 「組み込みプログラム」が用意されており、関数の設定だけですぐ使える
- ・区間設定による最大値、最小値の表示
- ・微積分のアニメーション
 - ~ 平均変化率の意味と極限による微分係数の定義
 - ~接線の変化による導関数の定義
 - ~区分求積による定積分に定義、最大和、最小和、台形公式、シンプソンの公式
 - ~ 定積分と積分法の基本定理の視覚化と平均値の定理の視覚化

解析的表現が主体の Grapes に GC の作図ツール的機能を付加したグラフ作図ツールといったソフトになっています.このため,教材作成にかかる時間が軽減されて使いやすいソフトになっています. この機能を使った教材作成例を紹介します.

2 3 2 【教材作成例】

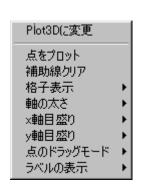
《例 1 》 2 定点 A(0,6) , B(9,0)と円 $x^2+y^2=9$ の周上を動く点 P がある.このとき , ABP の重心 G の 軌跡を求めよ.

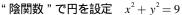
通常この教材では ABC の重心を $\left(\frac{x_1+x_2+x_2}{3}, \frac{y_1+y_2+y_2}{3}\right)$ などのように解析的に表現して設定する必要があり

ますが、FunctionView では「 ABCの重心」という図形的表現が可能です.

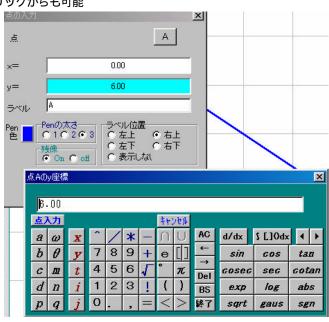
<作成手順概要>

2 定点 A(0,6), B(9,0)をプロットする. 右クリックからも可能









円周上の動点Pを設定

パラメーター""を用います.

x 座標: 3 cos() y 座標: 3 sin()

"直線・線分・円"で ABP を描く





点エリアで右クリックをして ABCの重心 Gを設定する

・[点の名前] G, [の頂点] ABC, [Pen色] 赤, [Penの太さ] 3 , [残像] On に設定します.



<プレゼンテーション概要>

メインメニューから[パラメータ(P)]選択すると表示される「パラメータ変更パネル」で の値を増減して動点 Pを動かします. [残像]をチェックすると重心の描く軌跡が浮かび上がります.





3つのフリーソフトにはそれぞれの特徴がありますが、これらのソフトに共通していることは現場の授業で培われた 意見を吸い上げて、日々バージョンアップを重ねていることです。各々の作者とも校務を抱える中での作業は並大抵の 労力ではないことと察し敬意を表します。

教材研究の最中に「ちょっと精確に図(グラフ)を描いて調べたい」という要求を満たしてくれることは、授業のみならず個別指導のときにも威力を発揮します。また、日常的なプリント教材作成の際も工夫次第で手軽かつ精確な図(グラフ)を挿入できます。是非一度、手近なパソコンに入れて使ってみてください。

3 これからのコンピュータと数学

3 1 新課程におけるコンピュータの扱いと新教科「情報」の登場

平成 15 年度からの新課程においては「数学 B」のおいてのみ,コンピュータが扱われることになりました。内容としては「統計とコンピュータ」における資料の整理及び分析への活用と,「数値計算とコンピュータ」のおける簡単なアルゴリズム理解の 2 箇所です。 つまり,これまで数学 A,B,C それぞれあったコンピュータに関する部分は,数学 B の一部を除いて消えることになったわけです。

反面,新課程では新教科「情報」が必修科目として設置されることとなりました。普通科目「情報」は,様々な情報を活用するための知識と技術の習得を通して,情報に関する科学的な見方・考え方の習得すると共に,情報社会に主体的に参加する能力・態度の育成を目標としています。

こうした新教科登場の背景には,学校現場において"コンピュータを用いた教育"というものがなかなか浸透しない現実と,急速に進む情報化社会との大きなギャップが生じていたことが原因と考えられます。

ここで問題となるのは新教科「情報」の登場で,コンピュータを用いた数学教育の後退が危惧されることです。北海道においては平成12年度から14年度の3ヶ年で400名の情報の免許を持つ教員が誕生しますが,そのうちの4分の1から5分の1が教科「数学」の教員だと予想されます。現状においてコンピュータに興味・関心を持つ教員の多くが「情報」に流れるとなると,数学の授業の中でコンピュータを用いた授業がかなり減ってしまうことが予想されます。つまりコンピュータは「情報」に任せればいい,そんな雰囲気さえ生まれる可能性さえあるのです。

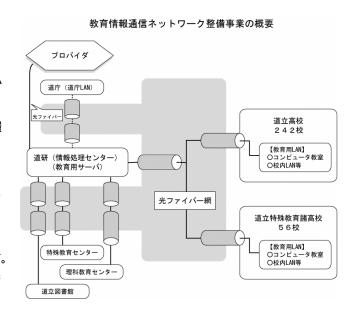
教科「情報」において習得した知識・技術や基本的な態度を他の教科へも効果的に活用していくことが当然理想です。 しかし,次期新課程では実質的にコンピュータを扱う部分が削除され,現場の数学の少なからぬ教員が「情報」の免許を 取得している状況を考えると,少ないながらも培ってきたコンピュータを用いた教育が後退するのではないかという大き な危機感を抱かざるを得ないのです。

3_2 進む校内 LAN 整備とブロードバンド化

そうした状況のもと期待されるのは「教育の情報化」プロジェクトによる校内 LAN 整備です。全ての教室にコンピュータとプロジェクタを設置し、インターネット接続を可能にするこのプロジェクトは、既に平成 12 年度から開始され 3 ヵ年で整備されることになっています。コンピュータやインターネットを『道具』として活用できる環境を作ることにより、「分かる授業」を目指そうとしています。

また道では平成 14 年度に道立学校 298 校全てと道立 4 教育機関を光ファイバーで接続するブロードバンド対応 の環境整備事業に着手します。このブロードバンド化により,コンピュータ教室や校内 LAN における全パソコンから同時に高速なインターネット接続が可能となります。

こうした校内 LAN 整備やブロードバンド対応による環境整備が進むことで,学習形態にも当然大きな変化が生じることが期待されます。画像系の教育コンテンツをスムーズに取り出し,従前の形態では限界がある内容を視覚的に説明することで,より効率の良い授業の展開が可能になります。つまりインターネットを教材庫として,Web上から様々な教材を取り出し,提示することが可能になるのです。プレゼンでの授業が日常的になり,黒板とチョークだけであった授業の形態が遠い昔のこととなるかもしれません。



しかし,現実に目に見える変革があるかどうかは,生徒の理解力を上げたり,興味・関心を引き出すために,どれだけ "面白い"または"効率がよい"授業を行うことができるかどうかが問題だといえます。そのためには何が必要なのか。 ハード的な環境整備が達成された場合,必要なのはそれを活用するだけのコンテンツがあるのかどうかが問題になってきます。

3_3 良質なフリーソフトの出現とそれを利用したコンピュータ利用の場面

手軽に教室でパソコンを用いたプレゼンテーションできる環境が整う中,数学用の機能性に富んだ良質なフリーソフト の役割も増加すると考えられます。

これまでも、コンピュータを道具として"ワンポイント"で活用する実践例は少しずつ増えてきていました。それを可能にしたのは、良質なフリーソフトの出現とネット上からの配信です。ネット上からいつでも最新のものを簡単に手に入れることができ、またフリーとは思えないような優れたインターフェースを備えているため、誰でも簡単に操作することができるのです。こうしたフリーソフトは、指導の効果を高め、より Visual で分かり易い授業を実現させました。グラフ作成や平面幾何、3次元空間、アルゴリズムなど、ソフト毎の利点を生かして、その場面場面に適した使い方が容易にできます。校内 LAN 環境の整備に伴い、こうしたフリーソフトを用いた実践例の蓄積も今まで以上に重要になっていくでしょう。コンピュータは道具から環境へと変化していくのです。

3_4 不足するコンテンツ ~ 求められる教材のデータベ-ス化

こうした「教育の情報化」のための校内 LAN 整備やブロードバンド化には,機器の設置やインターネット整備などの環境整備がきちんと進むのか,またシステム管理をどうするか,など残されている課題も多いといえます。しかし,それ以上に大きな問題点は教育用コンテンツをどうするのか,という点です。

既に Web 上では様々な情報が公開されてはいます。しかし ,欧米に比べるとその絶対量は圧倒的に少ないといえます。 特に生徒用向けの教材や教師向けの授業に使える教材 , 実践事例など , コンテンツ不足は明らかです。

検索サイト(infoseek)の日本語サイトで「高校数学」で検索しとところ,3,000件弱のサイトが検索されたのに対して,英語サイトで「school mathematics」で検索すると750万件をこえるサイトが検索されました(2001.1)。どれだけ有用なサイトであるか,という質の問題もあるであるでしょうが,圧倒的なコンテンツ不足は明らかです。これは技術や量の問題ではなく,一種の文化の問題であり,慣習の問題だとも考えられます。

大阪教育大学の教育情報リンクリスト「インターネットと教育」の調査結果('99)では,インターネット上で不足している教育・学習情報を質問した結果,圧倒的に多いのが「教育実践事例報告」(38.5%)です。,この傾向はここ数年変わっていません。そして「学習指導案・授業案」が29%でこれに続いています。現場の教師の二-ズが教育実践事例報告や学習指導案・授業案など,実際の現場に直結するような情報にあるわけですが,まだそれが十分に供給されていないのが現状だといえます。

現場に即したコンテンツをいかにして構築していくか,そうした「構築手法」自体の開発・普及の研究が必要でしょう。

3_5 人的なネットワークの必要性 ~ ともに数学教育について考えてみませんか

「数学教育実践研究会」は平成6年1月に,札幌市内の高校の数学教師を中心として設立されました。その背景としては,情報化や社会の変化に伴い数学の必要性が増してきている反面,子供たちの数学離れが確実に進み,決して楽観視できない状況になってきたことや,新指導要領のカリキュラム改変に伴う多様化する数学履修内容の現場サイドへの対応の苦悩があげられます。

学習指導要領では,「情報化社会における数学教育の多岐にわたる必要性」が強調され,従前の「体系的に組み立てていく数学の考え方」のみならず,併せて「それらを積極的に活用する態度を育てる」という主体的かつ意欲的に取り組も

うとする態度の育成が重点に置かれています。本研究会はそれを踏まえつつ,「高校数学で扱う教材およびそれらの関連性を分析し,生徒達に効率よくその教材のもつ本質的意味を理解させる」ことを目的とし,あくまで「教材の研究分析」に力点をおいた活動を展開しています。

ホ-ムページ「数学のいずみ」には様々な意見がメールで送られてきます。内容もとても熱心なものが多いといえます。これまでは地域的な問題や時間的な制約などもあり、研修をしたくてもなかなかできない人も多かったのではないでしょうか。そうした制約をネットは解消してくれます。数学には無限の楽しさがあるのです。そんな面白さを生徒にも伝えたい。そのために自らも数学の題材を研究していく。是非、数実研に参加して共に活動しませんか。また、会に参加しなくてもメーリングリスト「izumi」を運営していますので、是非そちらに参加されることを期待します。

「メーリングリスト「izumi」に参加しませんか」 http://www.nikonet.or.jp/spring/ml_izumi/ml_izumi.htm