

身近にある仕組みと数学との関係

～2次関数のグラフと2次不等式～

北海道札幌西陵高等学校 杉山 真

1. はじめに

札幌西陵高校は、札幌市西区にある普通科1学年8クラスの学校で、現在の生徒数は856名（1年296名、2年293名、3年267名）となっています。学力層は西区で下から2番目と決して高い生徒が入学してくるわけではないが、今年の進学実績は国公立大学に16名が合格している。これは、ここ数年「ONE-UP～1つ上の進路実現を目指して～」をスローガンに平常講習、公務員対策、英検対策等を行ってきた成果であると考えられます。今年度も夜遅くまで3年生を中心として残って学習をしている姿にはいつも感心させられています。ただ、大多数の生徒は教員からの働きかけがないと動けない受け身の姿勢の状態である。また、本校に来る生徒は概して数学に対して苦手意識が強いので、どう興味を持たせ、少しでもその意識が和らぎ、好きになってもらえるように日々授業改善に取り組んでいる中で、今年の10月18日（木）に北海道算数数学教育会での特設授業のお話があり、その時に実践した授業内容である。

2. 実践内容

授業は本校の1年生の数学I・Aの習熟度別授業展開での γ （基礎）クラスにおいて行った。2次不等式の導入を身近な例と関連付けて興味を持たすようにした。また、そのことが2次不等式を解くことと構造上同じであることを理解させ、数学的な見方は実は身近な所に潜んでいることに気付いてもらえるように説明した。また、数学の学習は問題が正しく解けることに目が行きがちだが、具体的なイメージが大事だと考え、教具を用いて、視覚的理解ができるように工夫した。その結果、生徒は頷いてくれたり、問題演習では教具を使って一生懸命に問題に取り組んでいました。

3. まとめ

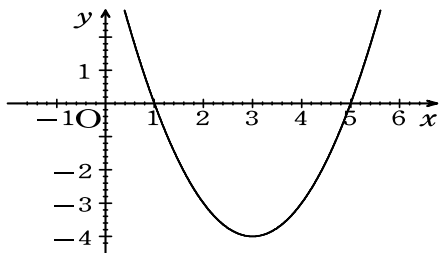
数学の学習は問題が解けることに重点が置かれがちだが、数学を将来使う生徒は一部だとすれば、『今やっていることは実世界との結ぶつきの上でどう関係し、どう役立つかということを示してあげることが生徒をやる気にさせることにつながるのではないか』と今回の基礎クラスの生徒の様子を見て実感することができました。様々な分野でいかに多くの面白い切り口で単元の導入がするかが数学嫌いの生徒を少しでも少なくする方法の1つではないかと考えました。

テーマ

共有点が2つある場合の2次不等式の解き方を学習する。

例5 次の2次不等式を解きなさい。

2次不等式の意味は



(1) $x^2 - 6x + 5 < 0$

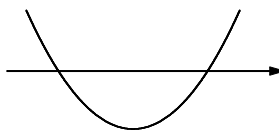
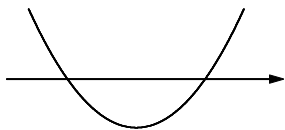
(2) $x^2 - 6x + 5 \geq 0$

2次不等式の解き方

例6.7 次の2次不等式を解きなさい。

(1) $x^2 + 4x + 3 > 0$

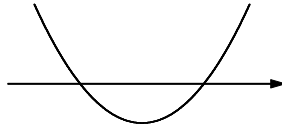
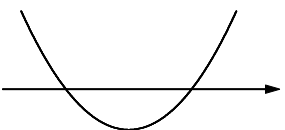
(2) $3x^2 + 4x - 4 \leq 0$



練習12 次の2次不等式を解きなさい。

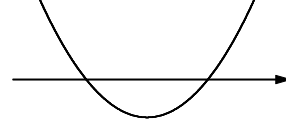
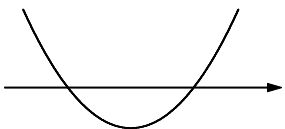
(1) $x^2 - 7x + 12 \geq 0$

(2) $x^2 + 2x - 15 \leq 0$



(3) $x^2 - 3x > 0$

(4) $2x^2 + x - 6 \geq 0$

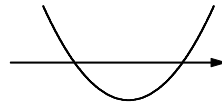
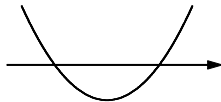
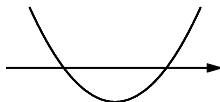


練習13 次の2次不等式を解きなさい。

(1) $(x-1)(x-3) > 0$

(2) $(x-2)(x-5) < 0$

(3) $x(x+1) \geq 0$



まとめ (x^2 の前の係数 a が正の場合)

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解を $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ とすると

$ax^2 + bx + c > 0$ の解は _____

$ax^2 + bx + c < 0$ の解は _____

例題 5・6 次の2次不等式を解きなさい。

(1) $3x^2 + 5x - 2 \geq 0$

(2) $x^2 - 2x - 4 < 0$

問12・13 次の2次不等式を解きなさい。

(1) $2x^2 - 5x + 2 \geq 0$

(2) $2x^2 + 5x + 3 < 0$

(3) $x^2 + 2x - 1 \leq 0$

(4) $x^2 + 3x + 1 > 0$

例題 7 次の2次不等式を解きなさい。

$$-3x^2 - 5x + 2 \leq 0$$

問14 次の2次不等式を解きなさい。

(1) $-2x^2 + 5x + 3 < 0$

(2) $-3x^2 + 5x - 1 \geq 0$

解答

問11

(1) $x < 1, 3 < x$ (2) $2 < x < 5$ (3) $x \leq -1, 0 \leq x$

(4) $x \leq 3, 4 \leq x$ (5) $-5 \leq x \leq 3$ (6) $x < 0, 3 < x$

問12・13

(1) $x \leq \frac{1}{2}, 2 \leq x$ (2) $-\frac{3}{2} < x < -1$

(3) $-1 - \sqrt{2} \leq x \leq -1 + \sqrt{2}$ (4) $x < \frac{-3 - \sqrt{5}}{2}, \frac{-3 + \sqrt{5}}{2} < x$

問14

(1) $x < -\frac{1}{2}, 3 < x$ (2) $\frac{5 - \sqrt{13}}{6} \leq x \leq \frac{5 + \sqrt{13}}{6}$

実教教科書

練習11

(1) $x < -5, 2 < x$ (2) $-4 \leq x \leq -1$

(3) $x \leq 3, 4 \leq x$ (4) $x < -5, 3 < x$

(5) $-2 < x < 2$ (6) $x \leq 0, 3 \leq x$

練習12

(1) $\frac{1}{2} < x < 3$ (2) $x \leq -\frac{5}{3}, 1 \leq x$

練習13

(1) $-2 - \sqrt{3} < x < -2 + \sqrt{3}$ (2) $x \leq \frac{-1 - \sqrt{13}}{6}, \frac{-1 + \sqrt{13}}{6} \leq x$

練習14

(1) $-3 < x < 4$ (2) $x \leq -1 - \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3} \leq x$