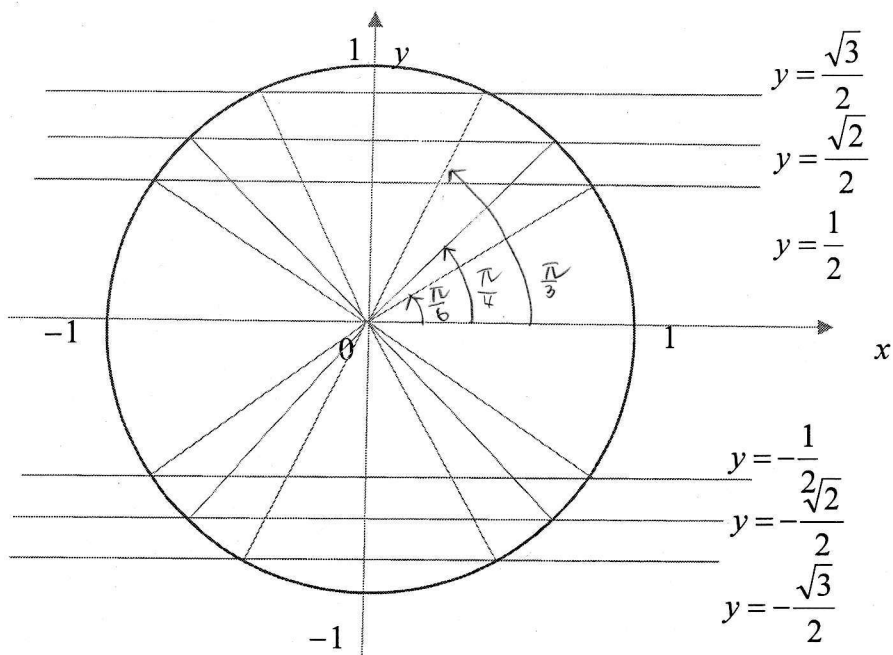


1 はじめに

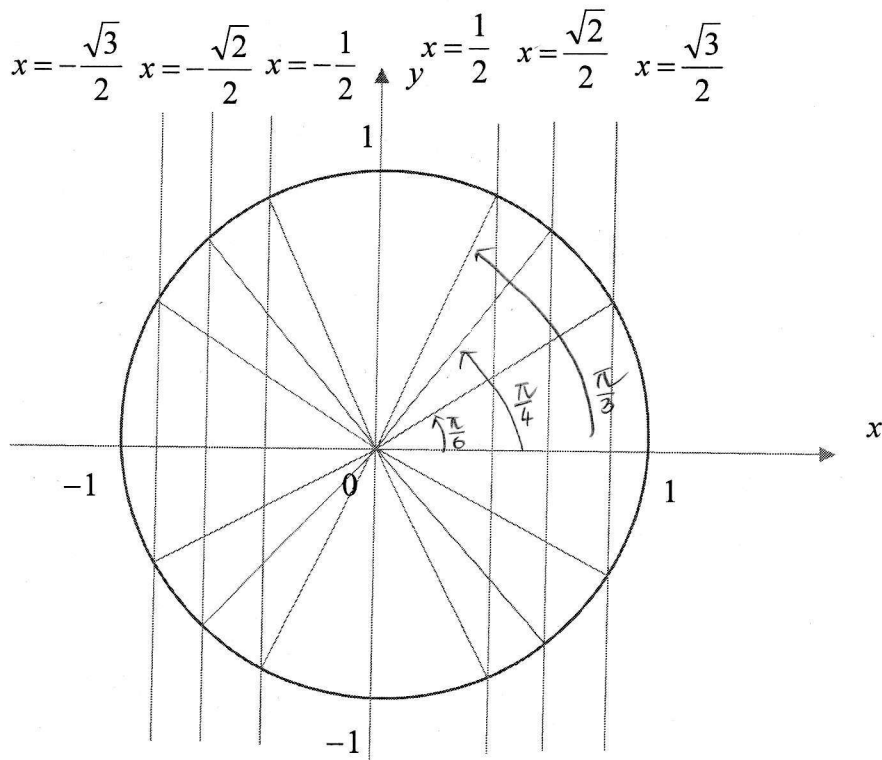
数学Ⅱの教科書では、円の半径を変えて三角関数の値を求めています。単位円を使った授業について考えてみました。教科書では円の半径を2にしたり、 $\sqrt{2}$ にしたりして三角関数の値を出していますが、個人的には最初から半径1の単位円にする方がよいと思います。三角関数の不等式はすべて半径1の単位円になっているので、最初から単位円で考えることで、生徒にも分かりやすいと思うからです。

2 三角関数の値について

<  $\sin\theta$  の値 >



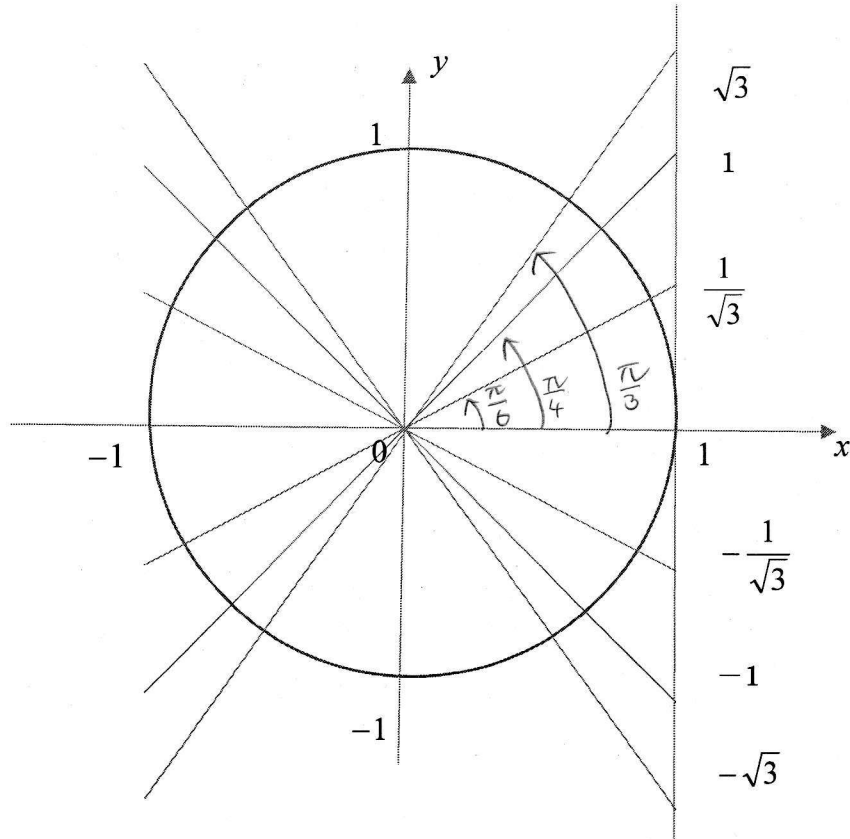
<  $\cos\theta$  の値 >



単位円の場合、 $\sin \theta =$ 高さ、 $\cos \theta =$ 横の長さ を表わすので、生徒には、「 $\sin \theta =$ 高さ」は「たか（高）サイン」、「 $\cos \theta =$ 横の長さ」は「よこ（横）サイン」と説明します。

単位円上では、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ の値は0、1、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 、 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 、-1、 $-\frac{1}{2}$ 、 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 、 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ のどれかになるので、それをかいていきます。

<  $\tan \theta$  の値 >



単位円上では  $\tan \theta$  の値は0、1、 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 、 $\sqrt{3}$ 、-1、 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ 、 $-\sqrt{3}$ のどれかになるので、それをかいていきます。接線上の点から角を求めていきます。

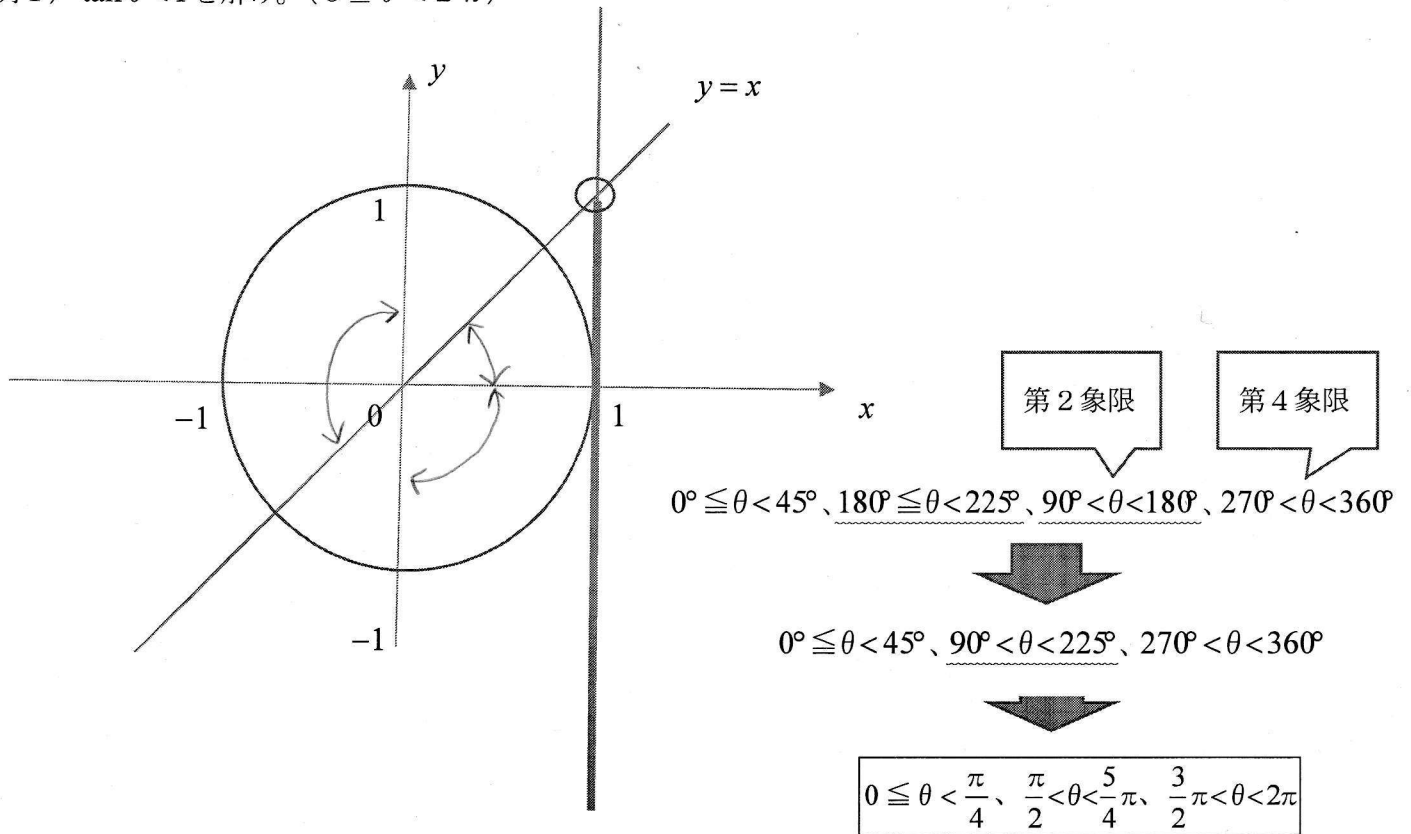
教科書のように、直角三角形を単位円の中にかいて三角関数の値を求めていくよりも、「たか（高）サイン、よこ（横）サイン、タンジェントだったら接線上の点」という感じで定着させる方がシンプルで分かりやすいのではないかと思います。

直角三角形を考えさせないことで、ほかの分野への理解につながると思います。（加法定理や複素数平面など回転に関わること）

<三角関数の不等式>

$\tan \theta$  の不等式について、各出版社の教科書を調べましたが、例題として解説してあるものはほとんどありませんでした。

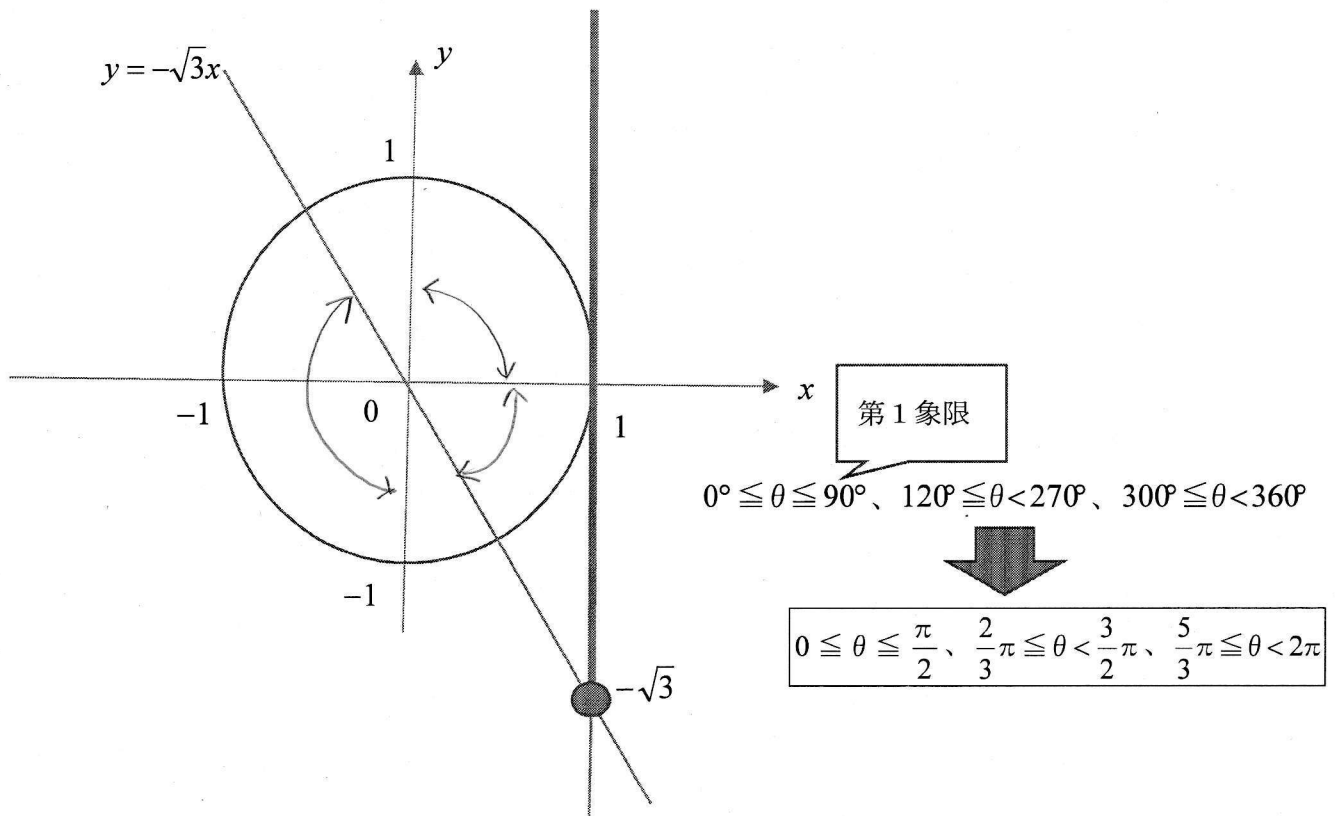
例1)  $\tan \theta < 1$  を解け。 ( $0 \leq \theta < 2\pi$ )



接線上の、 $-\sqrt{3}$  の点から傾きを大きくして角の範囲を求めていきます。

棒を使って傾きの大きさを変えていくと分かりやすいです。

例2)  $\tan \theta \geq -\sqrt{3}$  を解け。 ( $0 \leq \theta < 2\pi$ )



$\tan \theta$  の不等式は、単位円の接線上の値から解を求めていくのが一番分かりやすいのではないかと思います。  $\tan \theta$  を直線の傾きと考えて、傾きの大きさを不等式を解く方法もありますが、それだと直線の傾きが負のときの大小関係が難しくなると思いました。

また、次のような不等式を解くにあたって、教科書にあるような解法ではなく、一般角を用いた解法があることを最近知ったので紹介します。

例3)  $2 \cos(3x - \frac{3}{4}\pi) \geq -1$  を解け。 ( $0 \leq \theta < 2\pi$ )

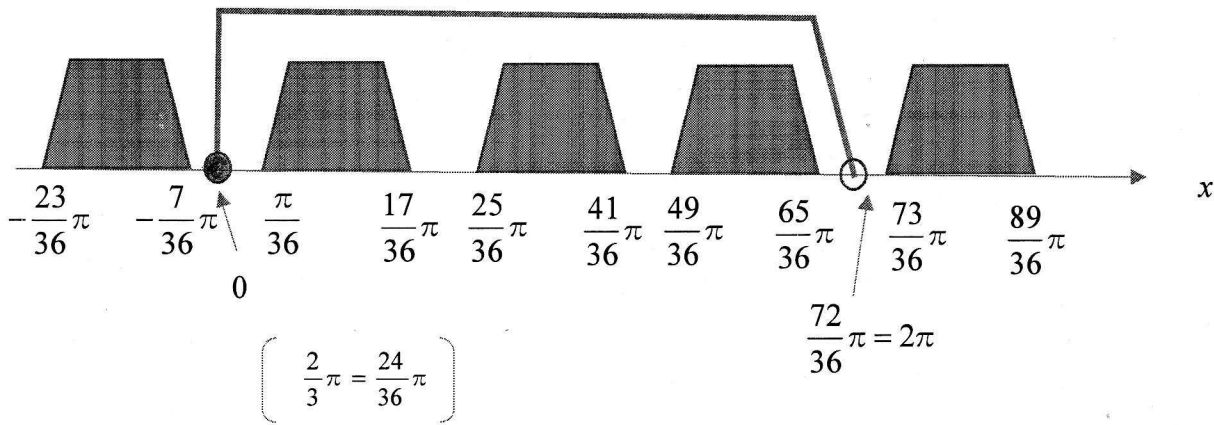
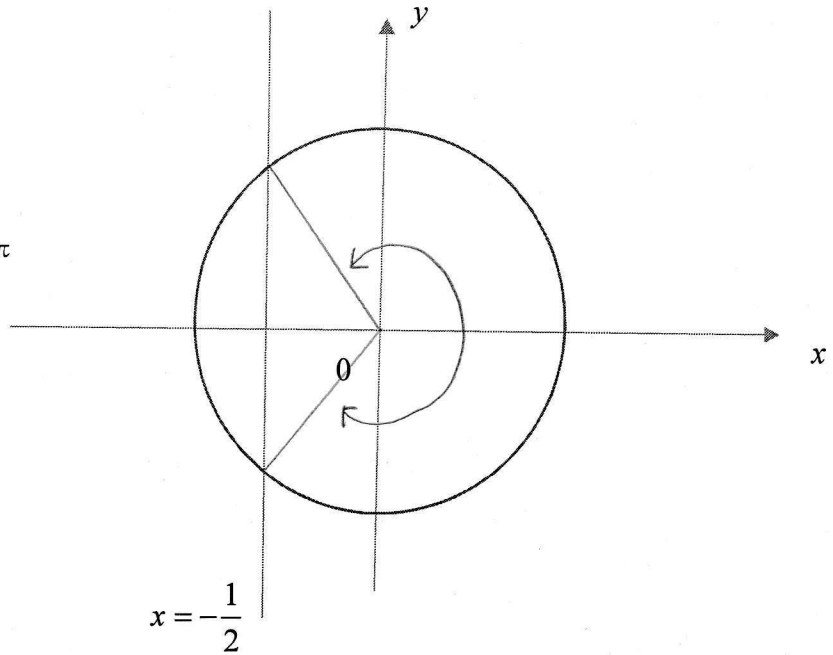
両辺を2で割って、

$$\cos(3x - \frac{3}{4}\pi) \geq -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{2}{3}\pi + 2n\pi \leq 3x - \frac{3}{4}\pi \leq \frac{2}{3}\pi + 2n\pi$$

↓ (n : 整数)

$$\frac{\pi}{36} + \frac{2}{3}n\pi \leq x \leq \frac{17}{36}\pi + \frac{2}{3}n\pi$$



(答)  $\frac{\pi}{36} \leq x \leq \frac{17}{36}\pi, \frac{25}{36}\pi \leq x \leq \frac{41}{36}\pi, \frac{49}{36}\pi \leq x \leq \frac{65}{36}\pi$

このように、周期性を考える、いわゆる一般角によって解を求めることができます。