

【第130回数学教育実践研究会】Online レポート発表

授業は手術と同じ～発問・指示群で Moon Shot!!!

令和6年8月27日（土）Online レポート数実研
北海道美深高等学校 教諭 小川尚也

【過去の数実研レポート発表記録3回分】

2024/01/27【数実研第129回】

「AI×数学×探究で MoonShot!!!」

2024/06/17【数実研第128回】

「判別式で MoonShot!!!」 / 「どう math る?②STEAM×本=知識の旅【Science 脳科学編】」

2023/11/25【数実研第127回】

「どう math る?①～十分条件と必要条件の授業～」

0.自己紹介

北海道美深高校の小川尚也です。毎回先生方が発表されるレポートや数学に関する問題提起からたくさんのごことを学ばせて頂いています。懇親会でも数学の知識や技術、数学教師としての在り方など更に深く学べる機会があり、とても幸せです。この後のオンライン懇親会もとても楽しみです。今回の研究発表もよろしくお願いいたします。

1.はじめに

外科医は、たくさんの知識と有名な先行事例を研究し、数多の技術を瞬時に引き出し患者に最適な手術を行います。

教師も同様に、専門教科の知識を学び、有名な先行実践から知見を学び、それらを数多の技術として瞬時に引き出し、目の前の生徒達に応じて発問・指示を促し思考させます。

外科医は手術をする際には、膨大な情報量や先行事例を駆使して、実際に目の前の患者さんの身体にメスを入れて手術を施します。その手術を行う外科医の専門的な「腕」が重要視されます。

では、教師でいう手術は何かというと、

「言葉」、もつという発問・指示です。

授業で大切だと考えています。今は教師のコーチングの重要性も問われています。

2. レポート発表の主張

今回の研究発表の主張は上記にも記載していますが、

丁寧に教えたい問題こそ教師の説明を削り、教材を工夫し、発問・指示で細分化する

ことについて授業提案をします。

現在は、各教科「探究」の必要性が問われています。私も「探究」の必要性、考え方に大いに賛同します。探究型の授業を成立させるための幾つかの前提条件があります。その一つとして、生徒達の「主体的に学習に取り組む態度」の土台が必須になります。もっと具体的に言うと、「生徒達がどんな問題でも50分間さまざまなアプローチで問題と向き合い、自己調整をかけながら学習に取り組める経験」が必要です。今回は「2次式の因数分解」の学習内容を教材にして、「教材を工夫する」、「スキルを教える」、「生徒達が主体的に学習に粘り強く取り組む姿勢」、この3つを意識した授業実践を提案します。

3. 先行実践

今までの数学実践研究会のレポート発表で本を紹介する実践レポートがあるか調べたところ、「因数分解」について紹介する実践レポートが存在しました。列挙します。

津嶋雅頭先生「直積表で考える展開・因数分解・平方完成」/大谷健介先生「「数と式」雑感」/村田洋一先生「たかが因数分解、されど因数分解」

4. 授業の組み立て

今回の「2次式の因数分解」の50分授業の組み立ては次のように展開しました。

- 1 たすきがけの復習問題
- 2 2種類以上の文字を含むたすきがけの問題【モデリング】
- 3 2種類以上の文字を含むたすきがけの問題をたくさん出題【問題を少しずつ変化する】
- 4 教科書の例題問題【いきなり生徒に解かせて、成功体験を積ませる】
- 5 教科書の練習問題
- 6 今日の一問【教科書の例題の類題を出題】
- 7 パラレルノートの問題

全部で7つの授業パーツに細分化して授業を組み立てました。

50分間で終了できるかと思いますが、実際にできます。それは、ほとんど説明せずに、生徒達に解き方というロジックを発問と作業指示を通して理解させているからです。

5. 生徒観

1年生の数学Ⅰは習熟度で2展開に分けています。私が担当するクラスは、数学が得意組のクラスです。実力的には、クラスの8割は展開公式を使わず、ひたすら分配法則するような生徒達が多いですし、中間考査で上位の生徒も基礎計算に若干時間が掛かる印象です。

一人一人の生徒にフォーカスすると何度も何度も計算にチャレンジし、一人一人の学習に対する粘り強さを持ち合わせています。授業を真剣に受けてくれるので、私的には、毎回生徒達の対話や反応の楽しみながら、授業を行っています。

6. 教材の組み立て（教材の工夫）

新編数学ⅠP22の（応用例題4）の因数分解の（1）を生徒達に解かせるために私は、解答の赤線部分に着目しました。この赤線部分のたすきがけを解くことができれば、応用例題4の2次式の因数分解を解くことができると考えました。

【応用例題4】 次の式を因数分解せよ。

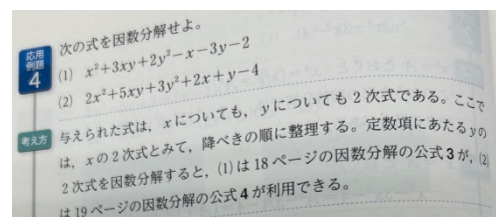
(1) $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$

(2) $2x^2 + 5xy + 3y^2 + 2x + y - 4$

皆さんは、上記の応用例題4の因数分解をどのように教えますか？

私は（応用例題4）（1）の教え方を次の組み立てを考えました。そして、教科書の問題に入る前に、助走問題として次の①～⑥を生徒達に解かせました。

① $2y^2 - 3y - 2$ を解く【助走問題】



② $x^2 + (3y-1)x + (y-2)(2y+1)$ を解く

③ $x^2 + (3y-1)x + (2y^2-3y-2)$ を解く

④ $x^2 + 3xy - x + 2y^2 - 3y - 2$ を解く

⑤ $x^2 + 2y^2 - 3y - x + 3xy - 2$ を解く

⑥ $x^2 + 3xy - x + 2y^2 - 3y - 2$ を解く

(応用例題4)の(1)教え方を①～⑥のように因数分解し

ました。その後解き方を習得させた後は、

⑦ 応用例題4の(2)を自力で解かせる

⑧ 練習問題、パラレルノートを解かせる

解答 (1) $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$
 $= x^2 + (3y-1)x + (2y^2 - 3y - 2)$
 $= x^2 + (3y-1)x + (y-2)(2y+1)$
 $= (x+(y-2))(x+(2y+1))$
 $= (x+y-2)(x+2y+1)$

(2) $2x^2 + 5xy + 3y^2 + 2x + y - 4$
 $= 2x^2 + (5y+2)x + (3y^2 + y - 4)$
 $= 2x^2 + (5y+2)x + (y-1)(3y+4)$
 $= (x+(y-1))(2x+(3y+4))$
 $= (x+y-1)(2x+3y+4)$

(1) $\begin{array}{l} 1 \quad y-2 \rightarrow y-2 \\ 1 \quad 2y+1 \rightarrow 2y+1 \\ \hline \quad \quad \quad 3y-1 \end{array}$ (2) $\begin{array}{l} 1 \quad y-1 \rightarrow 2y-2 \\ 2 \quad 3y+4 \rightarrow 3y+4 \\ \hline \quad \quad \quad 5y+2 \end{array}$

写真1. 因数分解の問題

ここから上記の四角枠で囲んだ授業の組み立てについて、解説していきます。

①～⑥の因数分解の式は、応用例題4(1)因数分解の問題を細分化した問題になります。そして、細分化することで、生徒はどこで躓き、思考が止まっている部分についても机間巡視で理解することもできます。

この応用例題4(1)の問題で大事なものは、赤線の部分を因数分解できるか、気づかせることです。そのため、赤線の因数分解を解けるようにするには、②の因数分解(文字が入った積の形)でも解けることを生徒達に体感させます。

次に、③の因数分解を出題し、因数分解を2回計算することを体感させます。

次に、④～⑤はxについて整理して因数分解することを体験させます。①～⑤(⑥が応用例題4(1)の問題)の因数分解の答えは、すべて同じになります。

もっと言うと、応用例題4(1)の問題を生徒達に解かせるために、①～⑤の問題を出題し、

少しずつ、式を変化させ、計算の負荷をかけた状態で、生徒達に、自己調整をかけながら、問題に向き合う粘り強さと解き方のアルゴリズムを習得できる

ように授業を組み立てました。

生徒達からすると、「たすきがけ→項を整理→もう1回たすきがけ」を問題を少しずつ変化させ、計算量も負荷を掛けながら、問題を解いていくため、出題問題が後半になるにつれて、計算スピードも上がってきました。それは、生徒達が因数分解を解く見通しがついているからだと推測します。

今回の授業の組み立ての成果としては、生徒達に成功体験を積みせることができました。実際に応用例題4の(2)もいきなり生徒に出題しても9割の生徒が解くことができました。(※1割の生徒は支援しながら問題を解くことができました。)

生徒達は③の問題を解き始める頃から、「あれっ!」、などの反応が少しずつ現れ、④の問題を出題した10秒後ぐらいには、複数の生徒達が先ほどより大きめのリアクションで、

「また～」、「しつこい！」等、言いながらしながら生徒達は楽しそうに計算していました。ある女子生徒は、私に向かって「今日の授業、超簡単だったよー。だって、小川先生同じ問題ばかり解かせるんだもー。」とニコニコしながら伝えてきました。私は、その女子生徒に「練習問題は難しかった？」と質問したら、

ぜんぜん、慣れたから楽勝だったよー

と笑顔で言ってくれました。速く問題解けた生徒は板書させ、バラレルノートを解かせました。

今回の授業の組み立てについては、最近読んだブルーバックス「逆問題の考え方、結果から原因を探る数学」という本のタイトルを思い出し、思いついた手法でした。読書というのは、全然関係ない箇所からでも、授業に活かすことができると学びました。

7. 授業実践

(1) 数学Ⅰ数と式「2種類以上の文字を含む因数分解」の授業実践

上記「6.教材の組み立て方」にて、授業の流れを具体的に記載したため、実践については省略します。

(2) 数学Ⅰ数と式「WolframAlfaを用いた因数分解」の授業実践

同じく、(1)「2種類以上の文字を含む因数分解の授業」の次時に行った授業実践です。計算 AI サイト ウルフラムアルファ WolframAlfa を組み合わせた授業実践をご紹介します。まずは、WolframAlfa を用いて、2次関数の式を入力して数秒で、2次関数のグラフが描ける所を生徒達にお見せしました。そして、次の因数分解を出題しました。

問題： $2x^2+7xy+3y^2-x+2y-1$ を因数分解しなさい。

x,y どちらも2次式である因数分解の問題です。そして、次の発問・指示を出しました。

説明1：「計算 AI サイト ウルフラムアルファ WolframAlfa です。」

発問1：「計算に特化した AI です。次の因数分解をプロンプトしました。詳しく解説できると思う人？、できないと思う人？」

※予想の人数分布を確認する。

指示1：「WolframAlfa の回答です。感想。」

発問2：「無料プランだから、詳しい解説は見るできません。残念！笑次に小川先生は何て言うと思う？」

指示3：「そうだ！みんなで AI の続きをノートに解きます。やっぺら。」

AI が計算過程を出力できない（無料版）という結果を見て、生徒達は、「えっ？出ないの？じゃあ、解いてみよう！」と言う空気感で一斉に解き始めました。

生徒達はもの凄い集中力で問題を解いているイメージでした。

私は、生徒達が知的に熱中した張り詰めた空気感が好きです。この時も知的な空気感が漂っていました。

探究型の授業でもこの空気感、言い換えると、学習に対して粘り強く向き合う態度を見ることが大好きです。そんな状態になるよう、日々発問・指示を研究しています。

WolframAlfa が出力したヒントは、「 x についてまとめる」と出力されていたので、生徒達が「 x について、降べきの順に整理し、因数分解すること」と予想し、生徒達が問題を解き終え、解答を確認した後に、

発問3：「他の解き方は考えられますか。」

と発問して、 y に着目しても同様に因数分解を解かせる授業の流れでした。しかし、ある男子生徒の行動から、授業の組み立てを壊し、再度授業を組み立てました。

それは、数学が苦手な男子生徒が私の方に熱い視線と天井に届くぐらいのピシッとして拳手をして、

「先生、問題解けました！」

と言ってきました。昨日までは苦戦しながら問題を解いている生徒の印象でしたが、この問題を解くスピードが2番目でした。驚きながらノートを見て確認したらびっくりしました。ノートの中身は、

y について整理して、因数分解の問題を解いていました。しかも正解という事実。

生徒達が予想と違う流れになると嬉しくなります。瞬時に、生徒達の実事と教えたい解釈（コード）を結びつけ、次の対応、発問、指示を生徒達に伝えました。



写真2. 「WolframAlfa が因数分解の問題を解いた結果」

指示4 : 「すごい、発想だ！○○くん、黒板に解いてくれる？」

※yについてまとめた因数分解」

指示5 : 「○○さんも黒板に解いてくれる？」

※xについてまとめた因数分解

私は、数学の計算が得意な生徒を個人指名し、「xについて整理した因数分解の解き方」と、自主的に立候補した数学の計算が苦手な生徒を「yについて整理した因数分解の解き方」、それぞれ2名を選び、黒板に板書してもらいました。

そして、次の発問をしました。

発問4 : 「この2つの解き方の解答は異なりますか、同じですか？」

発問5 : 「x,yについてまとめて解ける時は、どんな条件の時ですか。お隣に言います。」

その結果、生徒達は2種類以上の文字を含む因数分解を解くうえで、次数についても着目しながら解けました。普通に教えてもいいですが、生徒達が達成感を持ち、「問い」（今回は教師側が誘導）を決めながら、問題に取り組む授業、探究型の授業は生徒達が楽しそうに学習に向き合うことを再度理解することができました。

(3) 「因数分解を学ぶ意義」についてAIを用いて思考の幅を広げる

1学年数学I「因数分解」の導入時に、AIチャットボット検索エンジン^{パーレキシティ}Perlexityを活用しました。授業の導入で次の発問・指示を行いました。

説明1 : 「今日から因数分解を勉強します。」

発問1 : 「因数分解について学ぶとどんな場面で活用できると思いますか、ノートに書きます。」

発問2 : 「因数分解の考え方は日常生活でどのように関連していますか、お隣と相談。」

発問3 : 「検索AI^{パーレキシティ}Perlexityにプロンプトしました。どんな出力結果になると思いますか。近くの人と相談。」

発問4 : 「AIが生成した回答以外で他の考えはありますか。予想をノートに書きます。」

指示1 : 「自分は考えた意見やAIの回答、どれか1つ意識して勉強してみましょう。」

学習内容の学ぶ意義を教えるのではなく、生徒達が主体的に学ぶ、探究活動に繋げたいと思

い、生徒達に伝えました。生徒達は因数分解と日常生活との関連について、思考し始めました。金融や買い物など、色々な意見が出てきました。思考の叩き台があるせいか主体的に粘り強く思考しているように感じました。

8. 参考文献等 新編数学I (数研出版)

9. 使用した AI WolframAlfa (無料版)

10. 生徒の事実

2次式の因数分解の授業を行ったときの授業アンケートと中学生のその後についてそれぞれ記載します。

- (1) その女性生徒は今回の前期中間考査で前回よりも30点UP、校内順位が3位になりました。とても喜んでいました。
- (2) 1学年の2種類以上の文字を含む因数分解を学習した際の授業感想です。(※次のページに記載)

因数分解を学ぶことには、以下のような意義と日常生活との関わりがあります:

1. 要素分解の思考力育成:
因数分解の本質は、複雑なものを基本的な要素に分解する能力です。この考え方は日常生活の様々な場面で活用できます。例えば、「お店の売り上げ」を「客単価」と「客数」に分解して考えることで、売り上げ向上の具体的な施策を立てやすくなります^①。
2. 問題解決能力の向上:
因数分解的思考は、複雑な問題を単純化し、解決策を見出すのに役立ちます。「在宅勤務で体重が増えた」という問題を「運動不足」と「食べ過ぎ」に分解することで、対策を立てやすくなります^②。
3. 効率的な整理・管理:
共通項を見つけたり出す因数分解の考え方は、日常生活の整理整頓にも応用できます。例えば、クローゼットの収納で、コーディネートした衣服を1つのハンガーにまとめることで、効率的な管理が可能になります^③。
4. 論理的思考力の強化:
因数分解を学ぶことで、物事を論理的に分析し、構造化する能力が養われます。これは仕事や日常生活での意思決定や問題解決に役立ちます^④。
5. 抽象化能力の向上:
因数分解は、具体的な数式を抽象的な形に変換する作業です。この抽象化能力は、複雑な情報を整理し、本質を見抜く力につながります^⑤。
6. 創造的思考の促進:
共通項を見つけ出す過程は、新しい視点や発想を生み出すきっかけになります。これは日常生活や仕事での創造的な問題解決に活かれます^⑥。
7. コミュニケーション能力の向上:
因数分解的思考を用いて情報を整理し、簡潔に伝えることで、効果的なコミュニケーションが可能になります。例えば、読書会の周知をグループLINEで一括して行うなど^⑦。



写真3.「Perlexity に因数分解を学ぶ意義についてプロンプトしてみた」

2024/07/17 11:19

たすき掛けの順番やおしりかたなど、詳しいところまで深掘りながら解くことが出来た
たすき掛けをしなくてもいいところははずしに頑張るって自力でとくようにした

0コメント 返信する 削除 既読 16:2

2024/07/17 11:21

1. 楽なやり方で計算ができた。
2. 過去にやった計算はずり出てるように暗記してその暗記した中で組み合わせて解けるように工夫した。
3. やったこと自体は昨日と変わらなかった。ただただ因数分解に苦戦した。

0コメント 返信する 削除 既読 16:2

2024/07/17 11:23

昨日よりちょっと難しくなった因数分解の解き方がわかった。解くときにたすき掛けの組み合わせを一回でなるべくできるようにした。あと、符号がわからなくなるのでそこも間違えないように気をつけて解いた。前回とあまり変わらなかったからあまり難しいとは思わなかった。忘れないようにしっかり覚えていた

0コメント 返信する 削除 既読 15:2

2024/07/17 11:24

1. しっかりたすき掛けをすることでミスをなくすることができた
2. 共通の項をまとめて順番通りに計算する
3. 3文字でもたすき掛けを使ってミスをしないようにする

0コメント 返信する 削除 既読 15:2

2024/07/17 11:24

1. 最初の項に係数が着いていてもやり方は変わらない。
2. 出来そうな場所は暗算した
3. 因数分解自体あまり得意ではなかったけど結構理解出来てきた

0コメント 返信する 削除 既読 13:2

2024/07/17 11:24

出来たことは因数分解で自分が最初分らないことがあったが分からないところを直してできるようになった。また理解のうえで工夫したところはもっと早くたすき掛けできるように自分なりに工夫して早くできるようにになった。今回の授業で難しくなかったがみんなの解き方をしっかり見て覚えて解けるようになった。

0コメント 返信する 削除 既読 13:2

2024/07/17 11:25

1. 次数の少ないもじでくり残りの文字で因数分解することによってたすきがわり問題を解くことができた
2. 普通の因数分解をしたあとに番号をつける工夫によってわりやすくなった一つのたすき掛けで合っていたとしてももう片方もすることで誤答をへらすことができたと思う
3. 間違えて答えていることがなかった



写真3.「2種類以上の文字を含む因数分解の授業感想」

(3) 今年、私は担任を持たず(2024年3月卒業生を出したばかりです)、2学年団付きです。ほとんどの生徒達が授業のみの関わりです。学校祭のクラスTシャツもありがたいことに生徒に「小川先生に買いませんか?」と質問され、「ぜひ!」と返答。「Tシャツの背表紙全然聞かれないな〜。」と思っていたら、生徒達が勝手にネームを入れて作ってました。(※確認したら、担副担任もそうだったらしいです。)

私が日頃の授業でAIを積極的に活用するから、「AI大好き」と背ネームを入れてました。今年は、担任を持っていないので、このような小さな子供の事実でも、とても嬉しいです。今後も、目の前の生徒達のために授業の腕を磨きたいと強く思いました。



写真5「学校祭のクラスTシャツ『AI大好き♡』と背ネーム生徒に書かれました」