

# 第87回数学教育実践研究会 レポート発表

## お気楽ご気楽

北海道室蘭東翔高等学校教諭 長尾良平

平成25年11月30日 アスティ45ビル

### 1 始めに

普段、授業をしていると

- 定着が悪いところ
- イメージが伝わりにくいところ
- 動きを伴うところ

が何ヶ所も出てくる。表現方法を変えながら、言葉を噛み砕いて伝えようと腐心するが、なかなか上手くいかない。そこで、言葉だけではなく教具の力を借りて説明を行なった例を紹介していきたい。なお、菅原満先生が以前から主張されている

「5分間使う教材は、5分で準備する」

に則り、なるべく時間をかけずにお気楽ご気楽に教具を準備してみた。



図1: 手のひら側



図2: 手の甲側

### 2 実践例から

**例1** 命題の逆・裏・対偶は生徒が間違えやすいところである。また、筆者は命題：「 $p \implies q$ 」に対し、命題：「 $\bar{p} \implies \bar{q}$ 」をなぜ裏と呼ぶのか、しっかりこないものを感じていた。

ある日、二重否定 $\bar{\bar{p}} = p$ について、「裏の裏は表ですよ」と説明していたときに気がついた……。裏返しているから裏なんだ……。それをキッカケに作製したのが、命題手袋である。

100均で購入した手袋に「 $p$ と $\bar{p}$  (右手用)」, 「 $q$ と $\bar{q}$  (左手用)」を書けば出来上がり。

- 手のひらを生徒に見せて、  
命題：「 $p \implies q$ 」
- 右手と左手を入れ替えると、  
逆：「 $q \implies p$ 」
- 一度、元の状態の戻した上で、右手と左手の甲を生徒に見せて、  
裏：「 $\bar{p} \implies \bar{q}$ 」

- この状態で右手と左手を入れ替えると、  
対偶：「 $\bar{q} \implies \bar{p}$ 」

が表現できる。恥ずかしがらずポーズを決めることが大事である。また、手に直接書いて実行することも可能である（その方が手っ取り早い）。

**例 2** 弧度法も、度数法に親しんでいる生徒にとっては取っ付きにくい概念である。

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

という関係さえおさえれば、あとは比例の感覚があれば良い。そこで、「 $180^\circ = \pi \text{ rad}$ 」を印象づけるために、100均で購入した扇子に大きく  $\pi \text{ rad}$  と記入した、 $\pi$  扇子を作製した。



図 3: 全開状態

全開にした状態から半分に狭めて、

$$90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

さらに半分に狭めて

$$45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

といった感じで表現できる。

普段は、普通の扇子として使用している。三角関数の単元のとき以外でも、年中使用しておけば、生徒の頭に「 $180^\circ = \pi \text{ rad}$ 」が刷り込まれる筈である。また、1年生の授業時に使用すると生徒が「それ何ですか？」と興味を持ってくれて、話が弾む。

ちなみに、筆者の  $\pi$  扇子は  $180^\circ$  まで開ききらないので角度を計ってみたら、 $172^\circ$  であった。 $172^\circ \doteq 3 \text{ rad}$  であり、 $\pi \doteq 3$  とされている昨今では、ちょうど良いのかもしれない……。

**例 3** ベクトルの図形問題への応用として、一直線上にある3点の座標の決定問題がある。3点 A, B, C が一直線上にあるためには、 $k$  を実数として

$$\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$$

と表されることが条件となるが、イメージとしては、「真つすぐ並んでいるのであれば、伸ばせば当たる筈」である。そこで、餘部鉄橋（兵庫県）を見に行く際に立ち寄った城崎温泉のお土産屋で購入した携帯用孫の手を愛用している。



図 4: 孫の手

$\overrightarrow{AB}$  の位置に合わせておいて、するすると伸ばして  $\overrightarrow{AC}$  の長さにするだけ。  $\overrightarrow{AC}$  の位置から  $\overrightarrow{AB}$  の長さまで縮めるのも有りである。

普段の授業では指示棒として、時には本来の用途である孫の手として重宝している。また、昨年からは東京スカイツリーで購入した指示棒も新たに仲間入りした。伸ばした時の長さが 63.4cm で実物の 1000 分の 1 スケール、展望デッキから上の部分を外すとボールペンにもなる優れものである。



図 5: 東京スカイツリーの指示棒

**例4** 放物線や楕円, 双曲線は円錐を平面で切った時の断面として現われることから**円錐曲線**とも呼ばれる. そこで, **円錐に似ている物体として人参**を選び, ナイフで切断してみた.

母線に平行な面で切断すると放物線, 全ての母線と交わり底面と平行でない面で切断すると楕円がそれぞれ得られる. スーパーで**形の良い人参**を選ぶことが大切である.



図 6: 放物線

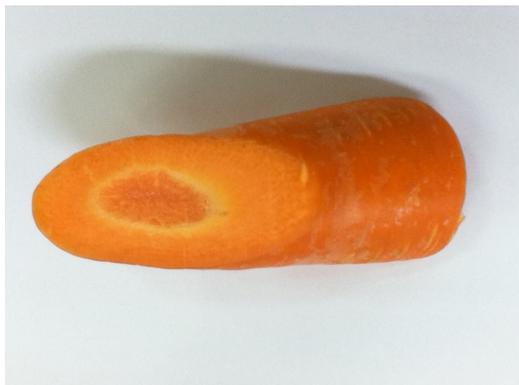


図 7: 楕円

**例5** 円順列の要点は, 「**回転して重なるような並び方は同じと見なす**」ことである. 100均の店内を物色していたら, **組み立て式の4色フラフープ**を発見したので購入し, 授業で使用してみた. メリットとして次の点が挙げられる.

- 実際に回転させることで, 同じ並びであることが分かりやすい.
- 大きいので見やすい.
- 分解するとコンパクト (かなり重要).

せっかく購入したので, ゴム紐を取り付けて平面図形の円周角の説明にも使おうと考えている.



図 8: 開封前

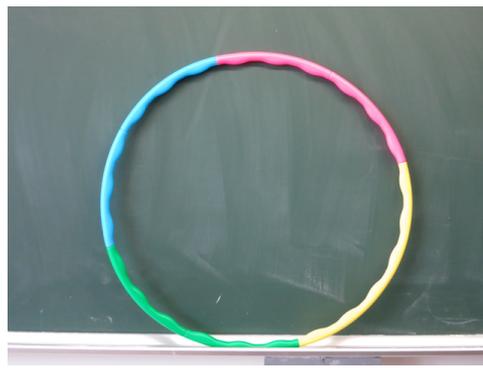


図 9: 組み立てました

**例6** 清水先生や大谷先生のレポート [1][2] を見て, 「**やってみたい!**」と思っていたが, 「**連結ロケット**」も「**レゴブロック**」も持ってない. どうしたものかと, 日々思案していた.

そんなある日, いつものように100均の店内を徘徊していたら, **カラフルな「洗濯バサミ」**が目に入った. 「**洗濯バサミなら繋げられる!**」. 即座に5袋を手に取り, レジに向かった.



図 10: 40個も入ってお買い得!

授業時の展開は, 以下の通りである.

### 順列の復習

1. 生徒に5色の洗濯バサミを配布.
2. 5色の洗濯バサミから3色選んで繋げる方法は何通りあるでしょう?
3. 先生と同じ繋ぎ方をした人は、「チロルチョコ」あげます.
4. 第1回抽選会 (全員ハズレでした・・・)
5.  $5 \times 4 \times 3 = 60$ 通りを確認



図 11: なかなか当たりません・・・

生徒からは、「逆に繋げば良かった・・・」, 「色が合ってるからダメですか?」などの声が聞こえたので, 仕方ないですねえ・・・と続ける.

### 組合せの導入

1. 5色の洗濯バサミから3色選ぶ方法は何通りあるでしょう?
2. 先生と同じ選び方をした人は、「チロルチョコ」あげます.
3. 第2回抽選会  
(当たり: 19人中3人・26人中1人)
4. 「選び」 $\xrightarrow{\text{続けて}}$ 「並べる」 $\xrightarrow{\text{結果}}$ 「順列」  
になることをまとめて,

$${}_5C_3 \times 3! = {}_5P_3 \text{ を確認}$$

あらかじめ, 正解を封筒に入れ, そこから取り出して発表する等の演出をすると盛り上がる.

今回使用したものは, 5色が8本ずつ, 計40本で100円と安価であり, 5セット購入すれば40人の生徒に対応できる.

## 3 終わりに

数学の問題を解く際に, 図を書いたり表にしたりすることで状況理解が進み, 解決に向かうことは良くある. それだけ, 人間は視覚による情報に頼るところが大きいと考えられる.

今回まとめた実践は,

- 定着が悪いところ
- イメージが伝わりにくいところ
- 動きを伴うところ

について視覚の情報に助けを求めながら, 感覚や直感に訴えた例である.

昔から, 「教師は五者 (学・医・役・易・芸) たれ!」とよく言われるが, 今回の実践は, そのうちの役者・芸者に該当するものであると思う. この方向性も大切であるが, 視覚情報に頼らない言葉の力 (学者に該当) を磨いていく必要性も感じている今日この頃である.

## 参考文献等

- [1] 清水貞人「楽しく学ぶ『順列・組合せ』」  
第75回数学教育実践研究会発表レポート
- [2] 大谷健介「7色のロケットクレヨンと6色のレゴブロック」  
第80回数学教育実践研究会発表レポート
- [3] 清水貞人「教科書にちょっとスパイス」  
第84回数学教育実践研究会発表レポート