

第68回数学教育実践研究会 レポート発表

考查問題いろいろ～レポート「定義を問う入試問題」を受けて～

北海道室蘭東翔高等学校教諭 長尾良平

平成21年1月31日 ニッセイMKビル

1 始めに

前回の数実研で、帯広三条高校の吉田先生が「定義を問う入試問題」というタイトルでレポート発表をされた。その発表では、いろいろな大学の入試問題をコメント付きで紹介され、テストで出してみたい問題を挙げて締めくくられた。

私はここ1～2年、「定義が関連する問題」を何題か出題してきた。また、「理由を問う問題」、「説明させる問題」も出題してきた。それらを幾つか紹介していきたい。

試験問題には、出題者の思惑が当然反映される。私としては、

- 新しく学んだ知識を使い、問題が解ける
- 考えたことを表現・説明する
- 学んだことを整理・消化する

といった能力の到達状況を、試験を通して見極めたいと考えている。

設問は基礎的で平凡なものであるが、出題することによって生徒の「解ければいい」といった意識が変わることを期待している。また、

- 何となく分かるんだけど・・・
- どう表現したらいいの？

という段階から、

- 数式を交えてきちんと表現できる

という段階へ進んで欲しいという気持ちもある。

2 定義に関連した出題

三角関数

- (1) $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$ の定義を、**図(円)を用いて述べなさい。**
- (2) θ が第4象限の角の時、 $\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta$ の符号がどうなるか(つまり+か-か)、**理由とともに答えなさい。**
- (3) $\sin \theta, \cos \theta$ に関して、

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1, -1 \leq \cos \theta \leq 1$$

が成り立つことを**定義に基づいて説明**しなさい。

(1)は定義そのものの確認、(2)(3)は定義が分かっていたら直ぐ答えられる問であった。

(2)(3)を出題したのは、**定義を理解しておけば新たに覚えるものではなく、その場で判断できる**ようにしてもらいたいからである。

指数関数

- (4) $2^0 = 1$ と定めることを授業で習いました。では、**何故そう定める(ことが自然な)のか**、数式を用いて説明しなさい。
- (5) $3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ と定めることを授業で習いました。では、**何故そう定める(ことが自然な)のか**、数式を用いて説明しなさい。

(4)(5)ともに「指数の拡張」からの出題である。生徒にしてみれば、指数とはかけ算を略記する際

に使うものであって自然数と相場が決まってお
り、そこに分数が出てくることは想定外だろう。
その事態を少しでも緩和できるように、授業では
指数法則が全てということを強調し、**どう決める
のが自然なのか**という視点で拡張を扱った。

三角関数の単元でもいえるが、生徒は「定義か
ら分かること」・「計算をしない計算」にとても
弱い ($(\sqrt{3})^2 = 3$, $2^{\log_2 3} = 3$ 等) . 定義をきち
んと自分のものとしておさえて欲しいと思う。

3 説明させる出題

式と証明

(6) $a > b > 0, a + b = 1$ のとき,

$$a^2 + b^2 > \frac{1}{2}$$

が成り立つことを、Aさんが黒板で証明
しています。

(証明)

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 - \frac{1}{2} &= a^2 + (1-a)^2 - \frac{1}{2} \\ &= 2a^2 - 2a + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2}(4a^2 - 4a + 1) \\ &= \frac{1}{2}(2a-1)^2 > 0 \end{aligned}$$

ここまで描いた時、Bさんが「**何故、最
後の不等号は \geq ではなくて $>$ なの?**」
と質問しました。

Aさんに代わって、あなたがBさんに
その理由を説明してください。

もとの不等式を証明させると、 ≥ 0 としてしま
うだろうなあ・・・との思いから、あえてその部分
のみを問う出題にしてみた。 $a > b > 0, a + b = 1$
から $a > 1/2$ が分かるので、 $2a - 1 \neq 0$ となつて
終りである。

説明を聞けば何でもないことだが、こういうこ
とをきちんと説明するのが生徒は苦手である。

(7) ${}_{10}C_3 = {}_{10}C_7$ が成り立つことを、**日本
語で説明せよ**。

(8) 「0,0,1,1,2,2の6文字を1列に並べて6
桁の数を作るとき、何通りできますか？」
という問題にA君は次のような解答をし
ました。

$${}_5C_2 \times {}_4C_2 = 60$$

**A君がどのように考えて解答したのか
答えなさい**。

(6)は頻出公式 ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ を説明させる問
題。「残りの」や「後の」等のフレーズが出てく
ることを期待した。

(7)は「同じものを含む順列」で頻出の、数字
を並べて数を作る問題である。始めは、何通りで
きるか普通に問う設問であったが、聞き方を変え
て出題した。与えられた**式を問題にあわせてど
う解釈するか**を問う出題となった。

4 終わりに

大学で数学を学んだ者には、定義の重要性は
自明であるが、高校生にとってはそうでないだろ
う。生徒が躓いている時に、原点(定義)に戻つ
て考えれば何てことはないのになあ・・・と思
うことがよくある。その思いが出題を通して少
しでも伝わればいいなあと思っている。

また、授業中に話を聞きながらメモを取るとい
う能力の低下を感じており、今年度からはリスニ
ング問題を何題か出題している。こちらについ
ては、またどこかで。

参考文献

- [1] 吉田亮介「定義を問う入試問題」
第67回数学教育実践研究会発表レポート
- [2] 大上丈彦「4次元の林檎」
荒地出版社
- [3] 大上丈彦「数学のできる人できない人」
荒地出版社