正弦定理の証明を生徒に丸投げしたら

北海道苫小牧東高等学校　武内良平

０　はじめに

以前より正弦定理や余弦定理の証明を生徒に取り組ませようと思い、穴埋め式のプリントや誘導ありで授業を行ってみたが、あまり面白くはならなかった。今回は、「できなければこちらで説明してしまおう」の精神で、正弦定理の証明を生徒に丸投げしたらどんな証明がでる（または全く手が出ない）のか、挑戦させてみた。

１　与えた情報

$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=2R$（$R$は$\triangle ABC$の外接円の半径）　を証明する。

そのために、$\dfrac{a}{\sin A}=2R$　つまり　$a=2R\sin A$　を証明することを目指す。　　以上。

２　得られた証明

３クラスで実施したが、２クラスは最初の証明者が出るまでに３０分ほどかかった。１クラスは１名の猛者がおり、すぐに証明できていたが、その生徒周辺以外は３０分程度を要した。出てきた証明法は以下のようなもの。

（１）教科書と同じ証明

図１のように、円周角の定理を利用して直径とsinの定義から導く

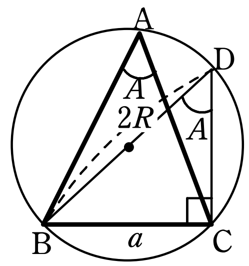

図１

（２）中心を頂点に加えた二等辺三角形を作図する証明

図２のような補助線を引いて、$\triangle$BOMが$\angle$BOM$=A$の直角三角形であることから

$R\sin A=\dfrac{a}{2}$ を導く。

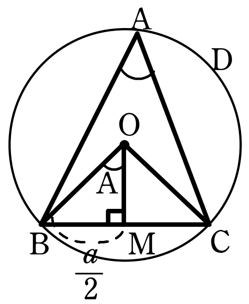

図２

（３）面積を利用した証明

$\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}ca\sin B$ を変形して $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ を導く。

※面積公式は未習事項だが、知っていた様子。

※$a=2R\sin A$ は無視した模様。$2R$ が導けずに困っていたが、ここから導くのは難しいか？

（４）$A=90°$ の時だけ証明

※数学が苦手な生徒で、特殊な状況証明だけで証明した気になっていた。

３　まとめ

ほとんどの生徒がAが鋭角のときのみ示して証明した気になっていたが、「これで終わり？みんなが終わりならまあいいけど一」と煽ったら、「鋭角以外でも証明しなければ」との発言が出たところで残り５分。Aが直角と鈍角の場合の証明は教員が行った。生徒の反応はそれぞれで、意欲の低い生徒は「こんなの無理だから勝手にやって」という雰囲気。通常～意欲的な生徒はチャレンジを楽しんでいた様子で、全体としては議論が活発に行われていたので、誘導形式より面白い授業になったと感じた。