

「思考力」豊かな生徒たち ～記述式解答に見る様々な発想～

北海道札幌啓成高等学校

若林 理一郎

前々回のレポートで、本校では「採点システム」を使っているという話をしました。

実際に採点するにあたっては、生徒の解答用紙をデータ化(jpag)してソフトに取り込みます。そして、1問ごとに通し番号で採点していくので、結果的に生徒の解答を比較しながら採点することが容易になり、採点基準のブレや教員間での調整もほぼ無くなります。

ところで、採点していると極稀に感心させられる解答が見られます。今回は、普通科理型で最近行った「積分法とその応用」の単元テスト(本校では「星取りテスト」)から3つほど挙げてみます。

1. 積分は微分の逆演算

⑤ 不定積分 $\int \log x dx$ を求めよ。【記述式】

$$\begin{aligned} (x \log x)' &= 1 \cdot \log x + 1 \\ (-x)' & \qquad \qquad -1 \\ \hline x \log x - x &= \log x \\ \int \log x dx &= x \log x - x + C \end{aligned}$$

$$x \log x - x + C$$

部分積分法を用いた積分の代表例の一つとして挙げられる問題の1つです。この問題を採点し始めて1人目は「なるほどねえ。覚えていた答えから逆算して解答を導いたのね。」と思いながら見ていました。すると、その後も何人か同じ方法で解答しており、どうしたのかなあ?と思いながら採点を続けていました。

実は、前半はもう一人の先生のクラスであり、後半は私のクラスで42人中1人しかいませんでした。

教師の指導の影響を感じた瞬間でした。

2. ここで部分積分を使ったか・・・

⑥ 次の定積分を求めよ。【記述式】

$$(1) \int_0^1 x(1-x)^5 dx$$

$$\frac{1}{6}(1-x)^6 \times -1$$

$$(1-x)^5 \text{ の 積 } \frac{1}{6} \text{ は、 } -\frac{1}{6}(1-x)^6 \text{ となり、}$$

$$\left[x \times -\frac{1}{6}(1-x)^6 \right]_0^1 - \int_0^1 -\frac{1}{6}(1-x)^6 dx$$

$$= 0 - 0 + \frac{1}{6} \int_0^1 (1-x)^6 dx$$

$$= \frac{1}{6} \left[\frac{1}{7}(1-x)^7 \times -1 \right]_0^1$$

$$= -\frac{1}{6} \left(-\frac{1}{7} \right) = -\frac{1}{42}$$

$$-\frac{1}{42}$$

ここは $t=1-x$ として置き換えていく方法の初歩の問題です。しかし、この生徒は $x \times (\text{多項式})^5$ に部分積分法を当てはめてみたようです。 x から t への引き継ぎも不要で、ちょっと感心しました。ケアレスミスをしてしまったようですが・・・

3. 最後にチカラ業？！

⑥ 次の定積分を求めよ。【記述式】

$$(1) \int_0^1 x(1-x)^5 dx$$

$$\int_0^1 x(-x^5 + 5x^4 - 10x^3 + 10x^2 - 5x + 1) dx$$

$$= \int_0^1 (-x^6 + 5x^5 - 10x^4 + 10x^3 - 5x^2 + x) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{7}x^7 + \frac{5}{6}x^6 - 2x^5 + \frac{5}{2}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right]_0^1$$

$$= \left(-\frac{1}{7} + \frac{5}{6} - 2 + \frac{5}{2} - \frac{5}{3} + \frac{1}{2} \right) - (0)$$

$$= \frac{1}{42}$$

$$\frac{1}{42}$$

上と同じ問題ですが、5乗の展開を（「二項定理」と言うよりむしろ）パスカルの三角形を使って行ったようです。これならば、高2の知識でも十分理解できますね。でも、ケアレスミスをしてしまったようですね・・・