

「数学科での中高連携」その後①

北海道上川高等学校  
教諭 若林 理一郎

9月の北数教釧路大会で発表の機会をいただいてから、5ヶ月が経とうとしている。この間にも、いくつかの実践を積み重ねてきたが、失敗と成功を積み重ねつつ、現状の課題に取り組んでいるところである。

1 FS4での取り組み

先の大会の中で、上川中学校発案の「FSタイム」について紹介した。抜粋すると以下の通りである。

エ 中学生の基礎学力向上支援 (FS1~3)

"Fundamental Study"という学習で、「上中」からの発案で行った。

自分が勉強したい教科を3つ選んで、その教科の課題を自分自身で用意する。それは、検定学習に向けたものでも、定期考査に向けて自分の弱点克服や発展・応用の問題でもかまわない。とにかく自分自身で課題設定する。そして、その時間の中で学習、質問をしていく。「自学自習」の側面を持ちつつ、教員に対して質問もできるという普通授業的な要素もある。これがFSタイムである。

今回はこの「FS1~3」に続き、「FS4」について紹介する。

前者同様に選択的な総合学習の側面を持つ。自分の学習したい3教科を選択し、学習を進めていく。前者との違いは、対象が3年生のみであること、「FS1~3」では25分だった時間設定が50分であること、そして、入試に向けて継続的に行われていることである。

FSの高校側の支援については、数学科では、中学校教員主導で高校教員が空き時間を見ながら、参加できるときに指導するというスタイルをとっている。

このFS4の中で、数学科独自の取り組みとして次のことが挙げられる。

- 1 領域・学年別に8回分のテーマ、そして、それぞれのレベルを「基本」「応用」「難題」の3段階設定する。初めの段階で、自分の実力に見合ったレベルを設定させる。これは自分の学習目標を持たせるためである。
- 2 教員側では、各段階の課題を用意する。
- 3 高校側としては、高校に向けての準備として、各テーマでのアドバイスをを行っている。行けない場合も考え、その資料を配付している。
- 4 生徒は各自課題に取り組み、教員は机間巡視しながら、適宜採点及び助言指導する。

特に多くの生徒が本校へ入学することを考え、中学校段階である程度はできるようにしてきてほしいことを生徒に理解させ、現在の学習に目的を持たせ、高校での学習に円滑に対応できるように進めていきたいと考えたのが、3の取り組みである。

4の取り組みの中では、我々高校教員も積極的に指導に当たるため、各生徒の学習状況やその様子など多くの情報が得られ、入学後の指導に活用できそうである。また、回数を重ねるに従い、以前は高校教員に対する質問等を出さなかった生徒が殆どであったが、少しずつ我々を活用してくれるようになり、より多くの生徒が課題を克服していきやすくなる環境ができてきたといえる。

しかし、課題もある。時間割上、高校の教員が中学校へ支援に行きづらいことにある。時程のズレや近い方とはいえ、約700mある学校間の距離、休み時間の自校生徒への指導、刻々と変化する時間割編成など大小様々な要素が関係し、相互の援助があまりできない。

# FS4数学計画

FS4で「数学」を学習するにあたって (FS4「第1回」資料)

13.11.11

組 名前 \_\_\_\_\_

FS4の中では各単元ごとに再度確認し、自分たちの弱点(特に計算関係)を中心にそれを克服することに目標をします。下の表のとおり、各時間の内容を3つの中から選択してください(○で囲む)。

時間	単元と選択内容
1時間目	式の計算：正負の数から平方根まで 基本(計算) 応用(分数・小数を含む計算) 難題(文章題の式の立て方)
2時間目	方程式： 基本(計算) 応用(分数・小数を含む計算) 難題(文章題の式の立て方)
3時間目	連立方程式： 基本(計算) 応用(分数・小数を含む計算) 難題(文章題の式の立て方)
4時間目	因数分解： 基本(計算) 応用(分数・小数を含む計算) 難題(文章題の式の立て方)
5時間目	2次方程式： 基本(計算) 応用(分数・小数を含む計算) 難題(文章題の式の立て方)
6時間目	関数(基本)：式の求め方、グラフの書き方 比例・反比例 1次関数 $y=ax^2$
7時間目	関数(応用)： 比例・反比例 1次関数 $y=ax^2$
8時間目	図形： 平面・空間図形 作図 証明

## ◎各時間の流れ

- ・ 高校先生の高校数学の話 10分
- ・ プリントの問題解説 20分
- ・ プリントを勉強する 20分

※ 自分の選択したプリントを使って勉強する。

※ 課題プリントが終わってしまった場合、自分の課題以外のプリントを使って勉強するもよし、図書室のFSコーナーの問題集をやるもよし、課題を見つけて勉強すること。

※ この内容ではなく自分の持ってきた課題をやりたい場合は、40分間それをやってもよい。

## 1 高校の「数学科」として思うこと

別刷りにあるのは、上川高校で使っている教科書目次のコピーです。何となく目を通してみると、中学校で学習しているものも結構見られると思います。つまり、

高校数学は、中学校数学の積み重ねの上に成り立つ。

ということがいえます。今、皆さんは「総合A・B・C」をもとにして、今後の進路について真剣に考え、自分の希望を叶えようとして勉強していることと思いますが、このFSの中で「受験のため」にやっていると思っている勉強は、高校に行っても必ず役立つというより、むしろやっていないければ苦勞することになるでしょう。それだけ、高校で学習するためには、中学校での学習をしっかりと身につけてくることが大事になってきます。

## 2 新高校1年生として、特にしっかりやっておいて欲しいこと

新1年生を授業で見ていて思うことは、「計算力の不足」です。

今回のFS4では、「式の計算」ということで、基本計算の練習をするわけですが、高校の「数学」の勉強でも、まずは種々の計算から学習します。ということは、

「計算力」で高校数学の勉強に波に乗れるかどうか決まる。

というくらい、スタートダッシュには大事なのが「計算力」です。

具体的には、四則計算(正負の数・分数・無理数)、展開と因数分解ができること、割合スムーズに高校の学習にも慣れていけると思います。

今回は、四則計算をしっかりマスターして、高校数学に向けた準備の第1歩としましょう。

## 1 方程式は「数学の全ての基本」!

方程式は、「 $x$ の値を求める」ために使います。つまり、何かわからない数値を調べるための道具です。例えば、代数的には方程式の文章題で「時間」「速度」「距離」「金額」「個数」等々を求める、関数的には(1次関数や2次関数の交点の)座標を求める、幾何学的には(三角形・四角形などの)辺の長さや角の大きさを求めるなど、様々な場面に利用されます。もちろん、高校でも利用するわけで、数学では基本的な内容であり、また、非常に大切なものでもあります。

方程式は「数学の全ての基本」である。

## 2 文章題でも「計算力」!

方程式といえば「文章題」、そして、この「文章題」が苦手な人が少なからずいるのではないかと思います。いろいろな「文章題」があって、たくさんの考え方があるように思えるかもしれませんが、基本的な方法は一つしかありません

- 1 求めるものを $x$ とおく。
- 2 文章から等しいものを2つさがして、「=」で結ぶ。(立式)  
→「は・じ・き」や「面積」等の公式を使う場合有
- 3 等式の変形を使って、左辺を $x$ だけにする。(解を求める)

前回のプリントで、『スタートダッシュに大事なのは「計算力」』という話をしましたが、ここで大事なのが、「等式の変形」です。

感覚的には、「=」を真ん中として、左右の式がつり合っている状態が方程式です(これが崩れると「不等式」といいます)。なので、変形をするときには、このつり合いがくずれないように、両方に同じ数を足したり引いたり、掛けたり割ったりすることが基本となります。つまり、「計算力」が大事なのです。

## 1 連立方程式の重要公式

連立方程式では当然、方程式の考え方に基づいて式を組み立てていくわけですが、この立式に際して覚えておくと便利な公式があります。速さと時間と距離の関係を表した式である「は・じ・き」の公式、食塩水の「の(濃度)・み(水)・し(食塩)」の公式です。

この二つは将来的に以下のようにつながってきます。

「は・じ・き」は、高校数学の代表ともいべき「微分」の学習の導入として、言いかえれば、物理学での運動に関する学習の基本中の基本になるものです。特に、速さと時間と距離がどのように関係しているかをおさえておかねばなりません。

「の・み・し」は、化学で塩酸や硫酸の濃度計算に利用されるだけでなく、病院で使う消毒液をつくるための計算として、看護系の学校での入試ではよく出題されます。

「は・じ・き」と「の・み・し」の関係は大事だよ!

## 2 連立方程式の立式 —文字と解の個数—

前回のプリントで方程式では、

- ・文章から等しいものを2つさがして、「=」で結ぶ。

ことを、立式のポイントとしてあげました。当然、連立方程式の場合も同じことがいえるわけですが、連立方程式の場合は、その立式を2回しなければいけません。

「なぜ2回か?」というと、1文字に対して1つの(条件)式がなければ、答えが出せないからです。なので、連立方程式の場合、 $x$ と $y$ の2文字(を使うことが多い)ということから、2つの(条件)式がなければ、答えを出せないということになるのです。

方程式は、1文字に対して1つの(条件)式を立てることで答えが出る。

例えば、「は・じ・き」であれば、「時間」に関する等式と「距離」に関する等式、「の・み・し」であれば、「水」の量と「塩」の量に関する式の2種類の等式をつくることとなります。

では、問題です。

「10文字の連立方程式の答えを出すには、いくつの条件式が必要ですか?」

## 1 「因数分解」と「2次方程式」の関係

この2つは、切っても切れない関係にあるものです。そして、高校での基礎計算として、必ずできるようにしておいて欲しいものの中にあるのがこの2つです。下に重要ポイントでもあるこれらの関係について挙げておきます。

- |                              |
|------------------------------|
| 1 「2次方程式」の解法<br>↓ 解けるためには・・・ |
| 2 「因数分解」の利用<br>↓ できるためには・・・  |
| 3 「公式」をしっかりとおさえておくこと!        |

高校では、どんな2次方程式の解も出せる「解の公式」を学習しますが、「因数分解」を使える場合には、やはり「因数分解」を使った方が早いし安全（計算ミスしにくい）です。

また、先ほども触れたとおり、高校では三角形の辺の長さや2つのグラフの交点などを求めるための基礎計算として、頻繁に利用されます。何度もいいますが、計算に関する分野はしっかりと練習してきてください。

## 2 n次方程式の解の個数

前回のプリントで、連立方程式の文字の個数と解の個数についての話をしましたが、今回は方程式の次数と解の個数についてです。まず、結論からです。

- |   |
|---|
| ・ <u>1次方程式の解は1個</u><br>・ <u>2次方程式の解は2個</u> (が原則)<br><重解を含む> |
|---|

中学校範囲では、このようにおさえておいてくれれば良いと思います。高校に入れば、「解なし」という場合も出てきますが、今のところはこのようにおさえておいてください。

## 1 「関数」について・・・「中学数学」から「高校数学」へ

中学校で学習する内容がさらに発展して、高校の数学への結びつくわけですが、その中で皆さんが苦手で、しかし、「高校数学」では重要となるのが「関数」です。

- |                              |
|------------------------------|
| 1 「比例」→「1次関数」→接線の方程式・法線の方程式  |
| 2 「2乗に比例する関数」→2次関数           |
| 3 「反比例」→分数関数                 |
| 4 円の方程式・指数関数・対数関数・楕円の方程式 etc |

※「 」が中学校までに習うもの、それ以外が高校で学習するもの。

## 2 「関数」での大事な性質

「関数」を「グラフ」にすることは、問題でもよく出るパターンであるが、ここでしっかりおさえておいてほしいことがいくつかあります。

- |   |
|---|
| 1 (O, Δ)が関数 $y=ax+b$ 上の点<br>⇨ $y=ax+b$ の式に、 $x=O$ 、 $y=Δ$ を代入しても“=”が成り立つ。 |
| 2 2つの関数のグラフの交点<br>⇨ 2つの関数の式を連立方程式と考えるとき、その解。                              |

よく考えると、

- |   |
|---|
| 上の段 「グラフを中心とした考え方」<br>⇨下の段 「方程式を中心とした考え方」 |
|---|

というようになっています。関数の問題を方程式的な考え方で解いたり、逆に方程式の問題を関数的な考え方で解いたり、関数と方程式の関連性は強いとともに、一つの問題を別な視点から捉えてみるという考え方も必要であることが理解できると思います。

### 1 融合問題の多い「関数」

前回にも述べたとおり、「関数」は「方程式」との関係が非常に強いです。そして、これだけでなく「図形」との関係で出題されることも多いです。

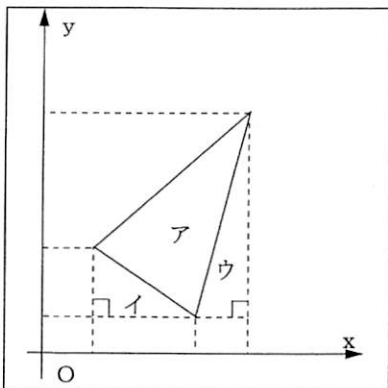
#### 1 方程式との融合問題

- ・「グラフの交点」=「連立方程式の解」で、交点を求める。

#### 2 図形との融合問題

- ・グラフ上の2点間の距離を求める。
- ・グラフ上の点を頂点とする三角形、四角形の面積を求める。

方程式との関係は今まで何度か登場しているので、今回は図形との関係の話をします。面積を求める問題について、特に取り上げます。まず、次の三角形の面積を求めるとします。



グラフ上に3点があって、その3点でできる三角形を「ア」とするとき、「ア」の面積を求めるという問題です。

三角形の面積は、「(底辺) × (高さ) ÷ 2」で求めるわけですが、このような状態では、底辺や高さが求められず、ということは、面積公式に当てはめられないので求められないということになります。

そこでどうするかというと、補助線を引いてイとウの三角形を考えます。すると、アイウを合わせると台形になります。イ、ウを直角三角形で、

この3つは簡単に面積を求められます。そして、台形からイ、ウの面積を引けば、アの面積だけが残ります。このようにして、発想を変えて、自分のやりやすいように条件を作り出すことも大事です。

**「発想の転換」と「自分がやりやすいように条件を整理する」ことは大事！**

### 1 「図形」の何かを調べるための道具

図形の場合、一口に「・・・を求めよ」といっても、状況によって使う公式や考え方はいろいろあります。

#### 1 辺の長さを求める

- ・「合同」や「相似」を使って、対応する辺の長さを求める。
- ・「三平方の定理」を使って、直角三角形の辺の長さを求める。
- ・「三角形の性質」を使って、辺の長さを求める。

#### 2 面積を求める

- ・面積公式を使って、面積を求める。
- ・底辺や高さの比を使って、面積を求める。
- ・「相似比」を使って、面積を求める。

### 2 「面積公式」を使うに当たって

例えば、三角形の面積を求めるには、「(底辺) × (高さ) ÷ 2」という公式に値を代入して求めます。つまり、(底辺)と(高さ)がわかって面積が求められる。なので、

**面積を求めるためには、(底辺)と(高さ)をまず求めよ！**

という当たり前のような事実が大事なのです。もし、どちらか一つでもわからないということになれば、前回紹介した「発想の転換」が必要になるわけです。



## 2 TT授業における相互研修

先日、中学2年生を対象に、単なるTT授業を実施した。これは、中高一貫の特性を生かすということはありません、単純な複数教員による授業である。

この授業を実施することになったきっかけは、前回の数実研の中で、愛教大の飯島先生の講演があったが、そこでの「GCの授業の活用方法の一例」を見ての驚きであった。

GCとは、飯島先生の作られているPCソフト "Geometric Constructor" のことである。パソコンの画面をプロジェクタで黒板に投影し、点を移動させたり、辺の長さを変えたりしながら図形的な性質を生徒に発見させるためのプレゼンテーションに利用していた授業を紹介していただいた。

「黒板なので自由に書き込みができる」「すぐに消せる」「点や辺を自由に動かすことができる」「角度や辺の長さをすぐに計算できる」など、定規・コンパスの作図より効率的で、プリントや黒板の絵と違って動的であり、測定に時間をかけることが本分でない場合に容易に測定値を出すことができるなど、非常に多くのメリットがあるように思われた。また、パソコン利用といえば、全員が1台1台のパソコンで操作するというイメージが強かったが、違った活用の仕方、それも普通教室で可能な方法として研修を積むことができた(今までもMicrosoft社のPowerpointも利用していたが、それ以外でプレゼンテーションをすることは思いつかなかった...)。そして、研修を積むだけでなく、自分でもやってみようという気持ちになって取り組んだのが、次ページの授業案である。

前日に中学校の教員と教材の検討や準備、当日のシュミレーション等々をやっていた。そして、打合せをしながら実際にやってみると、妙に感動したことを覚えている。「静的な黒板上で、こんなにも動的なことができるとは！」としきりに喜んでた。

そして、実際の授業の場面。このプレゼンテーションを使って、「弧」「中心角」「円周角」の定義と、「中心角」と「円周角」の関係の予想をするところまでを私が担当した。「みんなしっかりと顔を上げて、黒板を見てたよ。とても、わかりやすかったんじゃない？」とは、参観していただいた中学校の教頭先生の談。印象的であるが、生徒の興味・関心や理解は良かったのではないかと思う。

しかし、所々反省は残った。

- 1 「円周角は中心角の $1/2$ 」と導入した私。  
証明・まとめで「中心角は円周角の2倍」とした中学校教員。  
混乱を招かないように、表現を統一すべきだった。
- 2 黒板上でGCを利用しての円周角の証明。  
角の相等を確かめる場面などで生徒に指名して、  
黒板に参加させても良かったのではないか。
- 3 中学校教員の考えた展開  
「導入→予想→厳密な証明→定理を利用した問題」  
私の考えた展開  
「導入→予想→直観的な証明→定理を利用した問題」  
中学校の教頭先生の助言と相方の高校教員の賛成した展開  
「導入→予想→定理を利用した問題→証明」  
終わったあとで、それぞれの立場で展開の方法について考えた。重点の置き方や方針によって、順番の組み立て方がこれほど変わるものかと驚いた。

「メイン1-メイン2」型のTT授業の難しさ、詳細な打合せの必要性を感じた。また、こういった経験や反省ができるのも、中高一貫教育に携わっているおかげであるとも思った。

# 数学科学習指導案

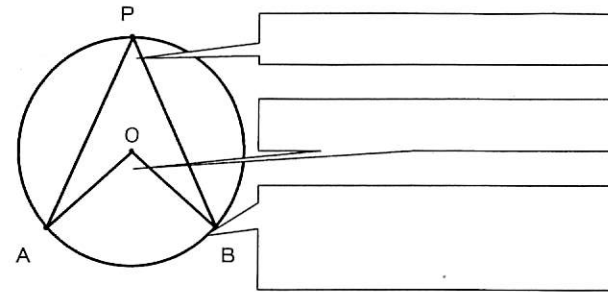
- 1 日 時 平成14年1月23日(水) 5校時
- 2 場 所 上川中学校 2年A組教室
- 3 生 徒 上川中学校 2年生 36名(男子18名 女子18名)
- 4 指導教諭 上川中学校 教諭 干場 基貴  
上川高校 教諭 川原 朗  
教諭 若林 理一郎
- 5 単 元 「円周角と中心角」(新指導要領への移行措置に伴う内容)
- 6 本時の目標 円周角は中心角の半分の大きさであることを理解する。
- 7 本時の展開

展開(時間)	学習内容	学習活動	留意点・評価
導入 (10分)	中心角・円周角・弧の定義  「ABと円の中心Oを結んでできる $\angle AOB$ をABに対する中心角という。」 「ABと円周上の点Pを結んでできる $\angle APB$ をABに対する円周角という。」 「ABを円周角 $\angle APB$ に対する弧という。」	3つの定義を知る。 ワークシートへの記入	プリント配布。
課題提示と 予想(5分)	「円周角と中心角にはどんな関係があるだろうか?」  円周角と中心角の関係  予想:「円周角は中心角の1/2になる!」	課題の把握  GCで中心角と円周角の大きさを確認しながら、結果を予想する。	中心角と円周角の違いを確認する。 (扇形の頂点の違い)
展開 (25分)	「予想が正しいか証明してみよう!」  「円周角の定理」の証明  	プリントで確認しながら、 <u>3つの場合</u> を考える。  論証については、1についてのみに、残りの2つは直観的な確認のみとし、次時に送る。	GCでのプレゼンテーション。円の半径や中心角の大きさをいろいろと変えてみる。
課題解決 (5分)	「円周角の定理」  (証明略) 円周角は中心角の1/2になる。	ワークシートへの記入	
確認とまとめ (5分)	問題 次時の予告	ワークシートへの記入	

- 10 本時の評価
  - (1)円周角は中心角の1/2になることが理解できたか。
  - (2)主体的に活動に取り組めたか。

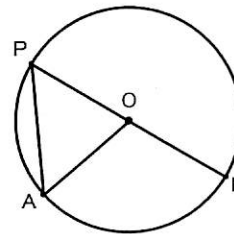
## §3 円周角と中心角

◎円周角と中心角、弧

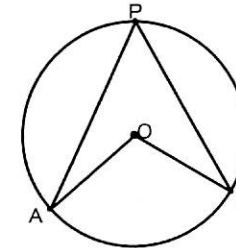


◎円周角の定理の証明

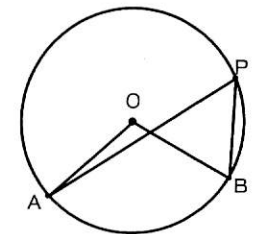
1 Oが $\angle APB$ 上にあるとき



2 Oが $\angle APB$ の内部にあるとき



3 Oが $\angle APB$ の外部にあるとき



◎円周角の定理

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

