

[2012群馬大(前期)]

Aを一辺が1の立方体の積み木とし、Bを縦が1、横が1、高さが2の直方体の積み木とする。A、Bは十分たくさんあるとして、これらを積み上げて高さ $n$ の塔(縦が1、横が1、高さが $n$ の直方体、ただし $n$ は自然数とする。)を作るとき、積み上げ方の場合の数を $a_n$ とする。以下の問いに答えよ。

(1)  $a_1, a_2, a_3$ の値を求めよ。

(2) 高さ $n$ の塔を作るとき、Bをちょうど $k$ 個(ただし $0 \leq k \leq \frac{n}{2}$ )使うときの積み上げ方の場合の数を求めよ。

(3)  $a_{11}$ の値を求めよ。

(4) 使える積み木はAが9個まで、Bが4個までとしたとき、高さ11の塔を作るとき、積み上げ方の場合の数を求めよ。

答 (1)  $a_1=1, a_2=2, a_3=3$  (2)  $\frac{(n-k)!}{k!(n-2k)!}$  (3) 144 (4) 137

子どもの頃に必ずやる「積み上げ」が入試問題になるなんて、なんてほほえましい。積み木やレゴは空間認識能力を高める素晴らしい玩具。幼児期の経験値がまさに計られているではないか。そう、場合の数の問題は本来こうであるべきなんだ。石を円形に並べるとか(あんたは魔術師かい) リレーの順番を決めるとか(アンカーが誰でもいいんかい)、鼻から笑いが漏れるような現実にそぐわない問題では生徒の経験値を計れない。

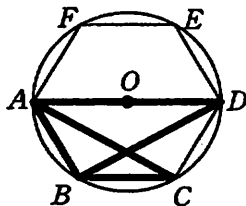
[2012京都大(前期)]

次の命題は正しいか。正しいければ証明し、正しくなければ反例をあげて正しくないことを説明せよ。

$\triangle ABC$ と $\triangle ABD$ において、 $AC < AD$ かつ $BC < BD$ ならば、 $\angle C > \angle D$ である。

答 正しくない

【反例】円に正六角形が内接しており、 $O$ を円の中心とする。



図において、 $\angle C = \angle D = 30^\circ$ である。

こういう図形の論証は受験生に嫌がられる傾向にあるのではないかと。簡単そうに見えて具体例をどのように設定するかが意外とてこずるからだ。

冷静な思考力を問うている。さすが京大、芯が通っている。

[2012高崎経済大(前期)と公立ほこだて未来大(前期)]

$a > 0, b > 0$  のとき、不等式  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  を証明せよ。また等号が成り立つのはどのようなときか。

まさに直球ど真ん中。受験生はどのような心境だったろう。「お！ラッキー！教科書のあの証明だ」と笑顔で書き出しただろうか。

教科書の内容をきちんと理解できているかを問うのが入試の真の姿。この出題にいろいろな意見はあるかもしれないが、高校数学において「便利な道具」となっているこの不等式の根幹の部分で「入試の場」で問うてくる出題者側の姿勢に私は大きな拍手を贈る。

[2012高知工科大(前期)] \*過去にはお茶の水女子大でも出題

$y=f(x)$  の  $x=a$  における微分係数  $f'(a)$  の定義を書け。

ここほど「公式べったり」な単元はない。めくるページに所狭しと便利な公式がお祭りのように並び、それを覚え演習のオンパレード。たまに定義式を使うと、「どうしてそんなめんどくさい極限計算をするんですか？」という顔をする。現在教師生活14年経ちましたが微分の指導の難しさをひしひしと感じております。

[2012信州大(前期)]

$-\sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{5}$  で定義される2つの関数

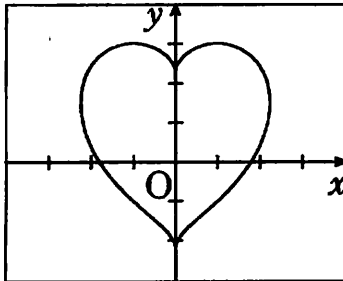
$$f(x) = \sqrt{|x|} + \sqrt{5-x^2}$$

$$g(x) = \sqrt{|x|} - \sqrt{5-x^2}$$

に対し、次の問いに答えよ。

- (1) 関数  $f(x)$  と  $g(x)$  の増減を調べ、 $y=f(x)$  と  $y=g(x)$  のグラフの概形をかけ。ただしグラフの変曲点と凹凸は調べなくてよい。
- (2) 2つの曲線  $y=f(x), y=g(x)$  で囲まれた図形の面積を求めよ。

図 (1)



(2)  $5\pi$

ここに至るまでの計算はそこそこしんどいが、 $f(x), g(x)$  とともに偶関数になるので、対称性を利用できる。坂を上りきった者には、そのご褒美として、ハートマークがプレゼントされる。試験場でウツトリしたらどうしよう。なお、一般的に  $f(x) = \sqrt{|x|} + \sqrt{a-x^2}, g(x) = \sqrt{|x|} - \sqrt{a-x^2}$  と定義して、 $a$  の値を変化させると、ハートが拡大してますますウツトリする。