平成２５年第４回　北海道算数数学教育会高等学校部会研究部数学教育実践研究会
研究発表レポート

数学教育の多様性

北海道函館西高等学校　安　房　節　雄

1　はじめに

平成２１年３月に新学習指導要領が公示され、高等学校数学においては、平成２４年度入学生から先行実施されている。

平成２０年１月に示された中教審答申では、改善の基本方針として示されているキーワードを列挙してみよう。

- 数学的活動　　・数学的な思考力・表現力　　・学ぶ意欲
- 数量や図形の系統性と反復によるカリキュラム
- 数学的思考力・表現力　　・　知的コミュニケーション
- 言葉や数、式、図、表、グラフの相互の関連　　・　言語活動・体験活動

一見して、今次の改訂では、理数教育の重視を重視するとともに、多様な方法により、表現やコミュニケーションができる子どもを育てることに力点が置かれている。

教科書に示されている数学的な事象についての多様な指導について言及する。

2　数学的な考え方

(1)「数学的な考え方」の定義

「数学的な考え方」は、学習評価の根幹をなすものである。学習指導要領解説では、『数学的な見方や考え方のよさなどの数学のよさを認識させ、将来の学習や生活に数学を積極的に活用できるようにするとともに、知的好奇心、豊かな感性、健全な批判力、直感力、洞察力、論理的な思考力、根気強く考え続ける力などの創造性の基礎を養うことや、根拠に基づき自分で判断する力を育成することが特に大切である。』としており、教育現場に難しい課題を投げかけている。

特に下線部については、まさしく数学教育の多様性に対する期待が示されており、現場サイドからの研究に期待するところである。

(2)「数学的な考え方」についての例示

<ポリア　帰納と類比　昭和３４年　丸善出版>

ア　暗示的接触

３＋７＝１０　　１０＝３＋７＝５＋５

・・・「４より大きな任意の偶数は２つの奇数の素数の和である。」

イ　帰納的な考え方

Ｆ：多面体の面の数　　Ｖ：頂点の数　　Ｅ：辺の数

多面体	F	V	E
立方体	6	8	１２
三角柱	5	6	9
五角柱	7	１０	１５
四角錐	5	5	8
三角錐	4	4	6

Ｆ＋Ｖ＝Ｅ－？　　証明は？

ウ　一般化

１＋２＋３＝６＝３（１＋３）／２　　　１＋２＋３＋４＝４（１＋４）／２

１＋２＋３＋・・・・・＋ｎ＝ｎ（１＋ｎ）／２

エ　特殊化

上記イについてｎ＝１０のとき、１００のとき、１０００のときの結果を比べてみる。

オ　類比

ａ＋ｂ＝ｂ＋ａ　と　ａｂ＝ｂａ

（ａ＋ｂ）＋ｃ＝ａ＋（ｂ＋ｃ）　と　（ａｂ）ｃ＝ａ（ｂｃ）

この例示は逆の算法を含め意味をもつ。足し算とかけ算は親戚だ！・・・・・

＜片桐重男　数学の方法に関係した数学的な考え方＞

① 帰納的な考え方

x^n の微分公式を考える　・・　x　x^2　x^3　から考える。

② 演繹的な考え方

実数の交換、結合、分配律から１次方程式を解く。

③ 発展的な考え方

順列の考え方から円順列、数珠順列へと導く。

④ 単純化の考え方

複雑な立体図形を投影法により図を描いてみる。

⑤ 特殊化の考え方

軌跡の問題で端点の状況を調べてみる。

⑥ 類推的な考え方

例題を参考にして他の問題を解く。

⑦ 統合的な考え方

指数法則を自然数から実数へ拡張する。

⑧ 抽象化の考え方

相加・相乗平均の性質を不等式の性質として捉える。

⑨ 一般化の考え方

相加・相乗平均の性質をｎ個の場合に拡張する。

⑩ 記号化の考え方

未知数を定め問題を解決する。

(3) 「数学的な考え方」の層

学習指導要領では、「数学的な考え方」ではなく「数学的な見方や考え方」としており、上記(2)に示したもの以外にも多くの研究成果がある。

富山県総合教育センターの森田正範氏は、「数学的な見方や考え方」が問題解決の過程で３つの層があるとしている。

① 第１層　・・・問題把握の段階

特殊化　　具体化

記号化　　数量化　　図形化

② 第２層　・・・問題解決の第１段階

演繹的　　帰納的

類推－発展的　　類推－統合的

③　第３層　・・・問題解決の第２段階
特殊化　　具体化　　一般化
統合的　　抽象化
一つの単元の中で①～③の各層を想起すれば、授業づくりのイメージができあがる。

3　授業づくりをどう進めるか。
次にこの「数学的な見方・考え方」を生かす授業づくりについて言及する。
(1) 中学校、高等学校における実態
「マークシート方式の試験に対して、それを効率よく教え込む数学」、「数学は暗記だ」する見解があるなど、高等学校の数学教育は大学入試に左右される現実は否めない。
一方、大学教員から見た高校教育については、「自ら考える力」や「論理的思考力」などが乏しいとの見解がある。
このことについて、神奈川県立総合教育センターが２００９年に実施したアンケート調査結果は興味深い。

	質　問　項　目	中学校	高等学校
授業	教師が説明し、生徒は黙ってノートを取る。	27%	37%
	教師は講義形式だが生徒は自由に質問できる	67%	62%
	グループや班での学習が主体	5%	1%
	その他	1%	0%
演習	生徒が板書と説明をし、他の生徒の質問に答えたり議論できる形式	16%	8%
	生徒が板書と説明をし後は教師主導の形式	18%	16%
	生徒が板書だけし、後は教師主導の形式	59%	68%
	その他	0%	8%

(2) 総合してどんな能力を身につけさせるか。
「高等学校学習指導要領第５款の５の(1)」には、「各教科・科目等の指導に当たっては、生徒の思考力、判断力、表現力を育む観点から、基礎的・基本的な知識及び技能の活用を図る学習活動を重視するとともに、言語に対する関心や理解を深め言語に関する能力の育成を図る上で必要な言語環境を整え、生徒の言語活動を充実すること。」としている。
数学教育を通して身につけさせたい能力には次の７点が挙げられる。
①　読解力（文章を読んで正しく理解する力）
②　聞く力（相手の表現を聞いて理解する力）
③　話す力（相手に理解してもらうよう正しく伝える力）
④　分析力（筋道を立てて考える力）
⑤　論証力（答案を数学的に表現する力）
⑥　記号処理能力（数学の記号を正しく使う力）
⑦　図表化力（グラフや表で表現する力）
この７つの力を適宜使い分け、前述した「数学的な見方・考え方」をそれぞれの数学的な事象とのベストマッチングができれば、数学を好きになる生徒が増えるであろう。

(3) 目標設定をどうするか。

「『数学Ｉ』の２次関数で何を教えるか。」という点で考察を試みる。

ちょっとひねくれた生徒のＡｂｏｕ君です。

① $y=ax^2$ のグラフは放物線・・・本当か（結果論で教え込んでいないか。）

② $y=ax^2+bx+c$ は平方完成と平行移動で説明。・・・納得できない。

③ ｘ切片と解の関係　解がないときはどんなグラフ・・・案外教えていない。

<①について>

$h=-1/2gt^2+vot$　物理基礎で学習

<②について>

平行移動の原理は、どこかで取り上げたい。

２次関数と１関数の和として説明できないか。紙を細長く切って足してみると頂点がずれていくのが視覚化できる。

<③について>

ｘ切片はｆ（ｘ）＝０と同義

解の公式の根号の中の意味が定量的に理解できる。

２次方程式の判別式と２次関数の判別式は違うものと考えている生徒はいないか？

<ねらいは>

「２次方程式と２次関数の意味が分かる」「関数についての複眼的な見方を育てる」「実数条件の意味を統合的な理解できる」「判別式を使って様々な関数を説明できる」

① より上位の科目の接続を考えたい。

② 一般化、統合化の方向を示したい。

③ 目的や理由を明確にする。

4 終わりに

数学教育の多様性について、複数の視点から言及を試みた。

<結論>

- ○ 生徒の頭の中でどのような数学が行われているかを見つめよう。
- ○ 教材研究を複眼的な視点から行おう。
- ○ 人類の数学の発展の中で、その教材の数学的意義を明らかにしよう。
- ○ 指導目標に対する形成的評価を適切に実施しよう。
- ○ ものの感じ方は人によって異なることを理解し、生徒の発言に寛容になろう。
- ○ 数学的なモデルをつくってみよう
- ○ 手作り教材を作成してみよう。
- ○ 手を変え品を変え様々な方法で授業の流れをつくろう。

数実研の会員の御意見をいただければ幸いです。