

みんなで数学 ～楽しく学ぶ『順列・組合せ』～

市立札幌大通高等学校 清水 貞人
(数学教育協議会会員)

『連結ロケット』は百円ショップで購入できる7色の連結式クレヨンです。以下は高校での授業例ですが、レクレーションなど授業以外の場面でも子どもからお年寄りまで年齢に関係なく数学を楽しむことができます。

◆授業例1 (階乗)

T:「今日はお楽しみ抽選会をします！」

S:「わ～い！」

T:「連結ロケットを一人に一本配りますので一度バラバラにしてから手の中できよく振って下さい」

S:「このあとどうするの？」

T:「手の中の7色のロケットをつないで下さい。先生と同じ順番につないだ人が当選者です」

S:「できました」

T:「それでは、一斉に比べてみましょう」

S:「あれれ、全然違うなあ」

T:「上から順に、赤、青、黄、緑、橙、紫、茶でした。同じ人はいませんか？」

S:「いないようです」

T:「では、生徒同士でも比べてみましょう。いませんか？」

S:「あ～あ、惜しい。少し違うなあ」

T:「ところで、7色のロケットのつながり方は何通りあると思いますか？」

S:「 $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ だから、5040通りもあります」

T:「40人のクラスで一致させるのは難しそうですね。ちなみに、この計算をこれからは7!と書くことにします。」

S:「予想を超える計算結果にびっくりしました。だから、7!なんですね」

T:「では、色の種類を何色に減らしたら、最低1組は一致させることができそうですか？」

S:「4色だと思います」

T:「どうしてですか？」

S:「 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ 通りだからです」

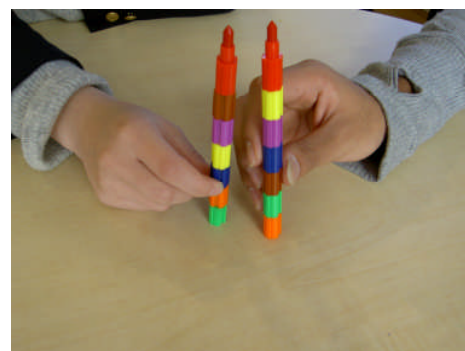
T:「それでは、4色で試してみましょう」

S:「ちょっと待って下さい」

T:「どうしたの？」

S:「4色だと一致しやすそうなので、5色のほうが面白いと思います」

T:「それでは、赤と青を除く5色でやってみましょう」



◆授業例2 (順列)

T:「5色のロケットのつなぎ方は何通りでしたか？」
S:「 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ 通りでした」
T:「では、5色のロケットから3色を選んでつなぐ場合とどちらが一致しやすいと思いますか？」
S:「3色選んでつなげる場合だと思います」
T:「それでは、実際にやってみることにしましょう」
S:「3色選んでつなげるほうが一致しやすい感じでした」
T:「それでは、計算で確かめてみましょう」
S:「 $5 \times 4 \times 3 = 60$ 通りになりました。さきほどの半分なので一致しやすく感じたんですね」
T:「これを順列といい、 ${}_5P_3$ と書くことにします」

◆授業例3 (組合せ)

T:「5色のロケットから3色を選んでつなぐ順列は何通りでしたか？」
S:「 ${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ 通りでした」
T:「では、5色のロケットから3色を選ぶだけの場合とどちらが一致しやすいと思いますか？」
S:「つながなくいいから3色選ぶだけの場合だと思います」
T:「それでは、実際にやってみることにしましょう」
S:「3色選ぶだけのほうがずいぶん一致しやすいですね」
T:「それでは、計算で確かめてみましょう」
S:「答をXとおくと $X \times 3! = {}_5P_3$ だから、 $X = 10$ 通りになりました」
T:「これを組合せといい、 ${}_5C_3$ と書くことにします」
T:「では、5色のロケットから2色を選ぶ組合せは何通りですか？」
S:「 ${}_5C_2 = 10$ 通りです。」
T:「 ${}_5C_2 = {}_5C_3$ となりましたが、これは単なる偶然でしょうか？」
S:「???'」

◆授業例4 (円順列/数珠順列)

T:「5色のロケットが一行になってある惑星の周りを回っていると、いつの間にか一つの輪になってしまいました。輪の様子は何通り考えられますか？」
S:「この惑星って土星のことですか？」
T:「よくわかったね。輪になると先頭と後尾の区別がなくなるから・・・」
S:「 $5! \div 5 = 4!$ 通りですか？」
T:「輪には表と裏があるので・・・」
S:「 $4! \div 2 = 12$ 通りですね」
T:「最後に、これで確かめてみましょう」

