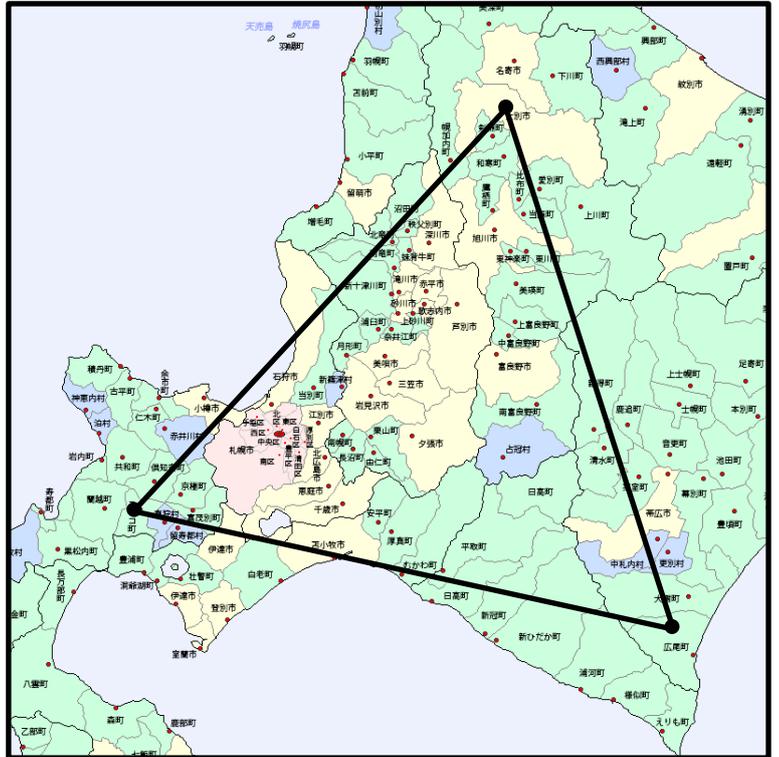


# シャボン膜がおしえてくれるもの

## ～シャボン膜にひそむ数学～

早速ですが問題です。

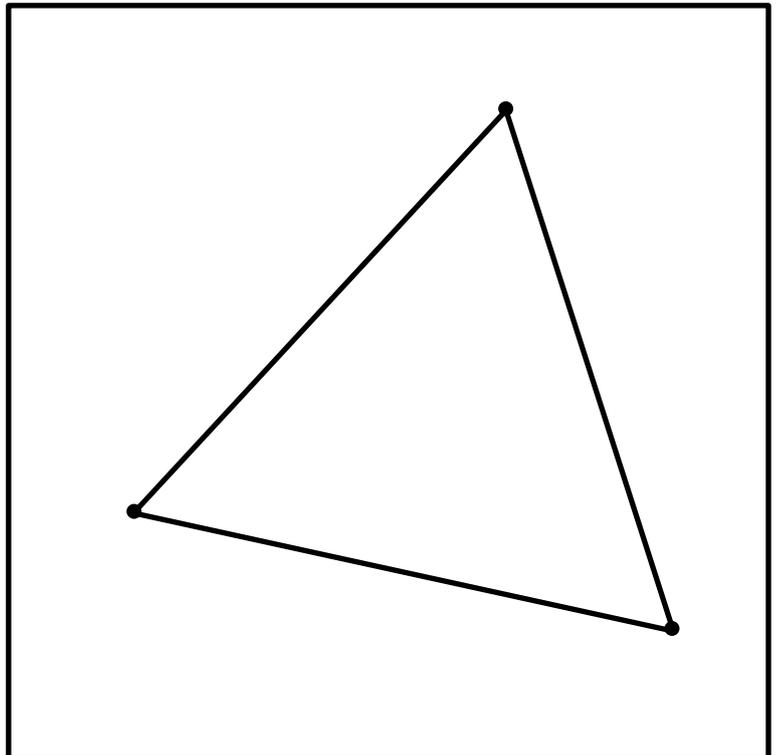
「士別・ニセコ・広尾の各都市から等距離かつ最短距離の箇所に工場を作りたいと思います。あなたならどこに作るでしょうか？（交通機関や立地などの条件は考えないものとします）」



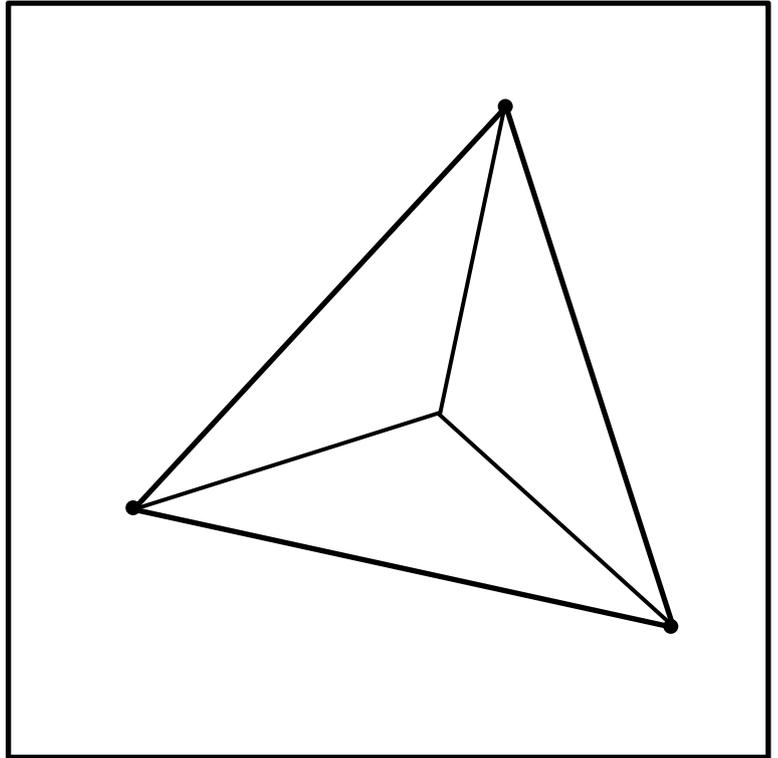
そこで一度地図の情報を削除して、シンプルな図にしてみましょう。

(抽象化といいます)

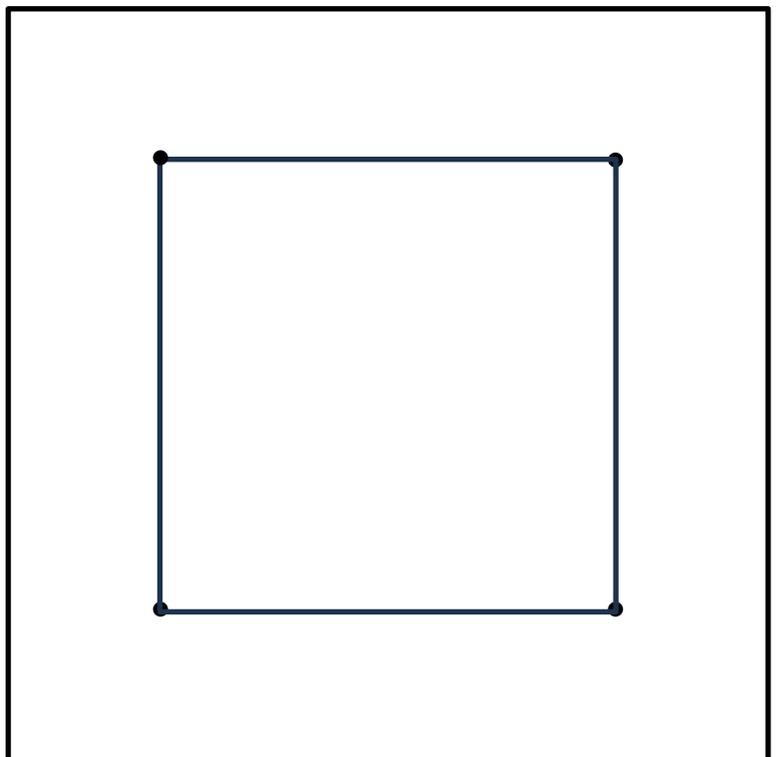
それでは、各グループで話し合っ  
て各頂点から最短距離となる点を探  
してみてください。



シャボン膜が教えてくれた最短距離は右の図のようになります。実際に測って自分達のグループの予想した距離と比較してみましょう。

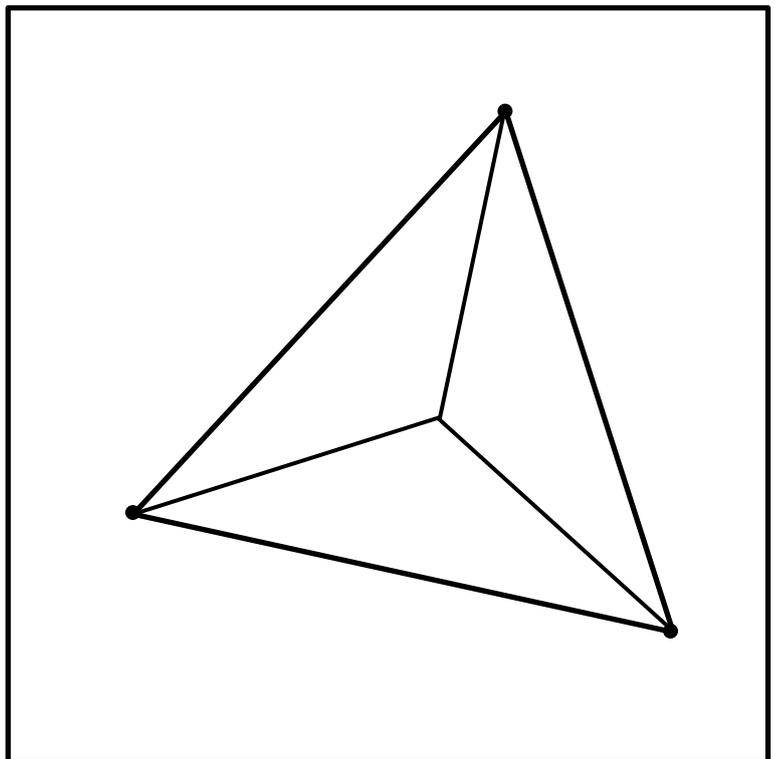
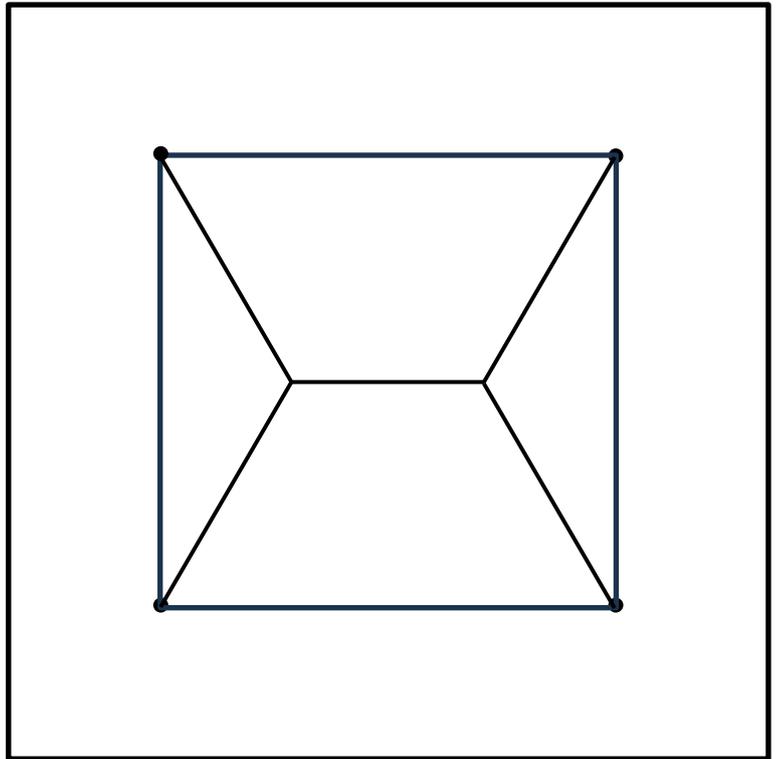


それでは次の問題です。今度は正方形の中に各頂点からの距離が最短となる経路を探してみてください。



シャボン膜が教えてくれた最短距離は右の図のようになります。実際に測って自分達のグループの予想した距離と比較してみましょう。

さらに先ほどの三角形（正三角形）のときの経路と比較して、共通点がないか探してみてください。



シャボン膜は表面張力により一番効率がよい形（面積が小さい形）になるように膜を張ろうとします。

平面上の三点を最短の直線で繋ぐ中心の点のことをシュタイナー点 (stainer point) といい、任意の三角形の外側にかいた正三角形の外接円の交点をフェルマー点 (Fermat Point) と呼びます。フェルマー点が三角形の内部にあるときシュタイナー点と一致することが分かっています。

また、このような各点を結ぶ最短の距離を考えることを、数学的に「グラフ理論」といいます。グラフ理論の中でいくつかの点を連結させるときに使う線分の長さの和が最小になるような方法を求める問題を、「シュタイナー木問題」と言います。

例えば、点たちを「都市」、連結させるときに使う線分を「道路」と考えると、いくつかの都市を結ぶ最短の道路網を構成する問題になります。例えば、1つの点を発電所、残りの点たちを「家」、連結させるときに使う線分を「電線」に見立てると、使う電線の長さ最小で家々に電気を配給する問題になります（電柱は何本使っても構いません）。

このように、どこに施設を作るかなどへの活用などに活用されています。

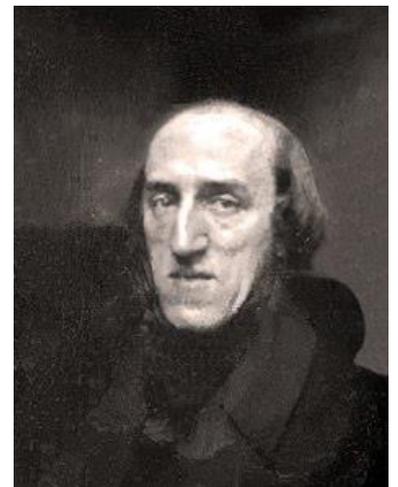


ヤコブ・シュタイナー  
Jakob Steiner  
1796年 - 1863  
スイスの数学者

では、立体のときはどうなるでしょう？

これについて研究した人が居ます。ベルギーの物理学者 J. A. プラトー (J.A. Plateau 1801-1883) という人は 1873 年に閉曲線（端がつながっている閉じた曲線）を与えてこれを境界にもつ極小曲面を求める問題を、与えられた曲線を針金で作って、これを表面張力の小さい液体のなかに浸してから取り出すと、針金に張られた薄膜は極小曲面の模型となることを示しました。この実験にちなんでプラトーの問題といわれるようになりました。

実際にプラトーのように実験をしてみても確かめてみましょう。（立方体、三角錐（正四面体）、時間があれば自分で閉曲面を作っても確かめてみましょう）



ジョゼフ・アントワヌ・  
フェルディナン・プラトー  
Joseph Antoine  
Ferdinand Plateau  
1801年 - 1883年  
ベルギーの物理学者

## 終わりに

◎ 問題にどのように取り組むか、どのように解決すればよいか、糸口を得る着目点として、次のようなものがあげられます。これらのどれかを、または複合的に活用することで問題の解決を目指すことができます。

1. 分類・整理しよう
2. 図や表にしよう
3. 簡単な模型を作ろう
4. 規準をそろえよう
5. 数学の言葉で表そう
6. 小さな例で試してみよう
7. 難しい問題は分割しよう
8. 必要条件でしぼり込もう
9. 特定の条件に注目しよう
10. 視点を変えよう
11. 逆に考えてみよう
12. 操作は一つずつ片付けよう
13. 知っている事実を活用しよう
14. 規則性を探そう
15. 対応をつけて考えよう
16. 自然からヒントを得よう

