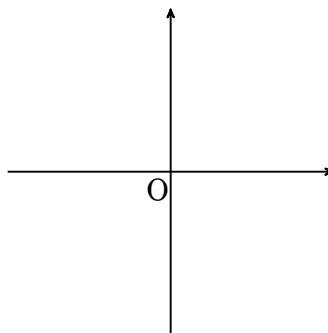


複素数平面のおさらいとイントロダクション

問 1) $x^3 = 1$ を解きなさい。

問 2) 問 1 の解を複素数平面上に表しなさい。



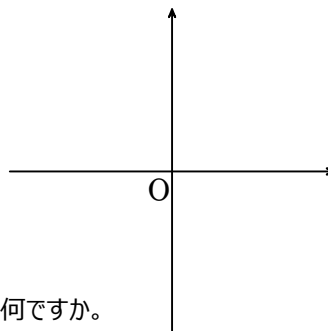
問 3) 問 1 の解を極形式の形で表しなさい。

問 4) 問 3 の極形式の偏角を比較してまとめなさい。

問 5) 問 1 で $x = \cos \theta + i \sin \theta$ とおくと、 $(\cos \theta + i \sin \theta)^3$ となる。

ここまでの結果から、どのような式になることが推測できるか。

問 6) 問 1 の解に i を掛けてその結果を座標に示しなさい。



問 7) i を極形式にすることで問 6 の作業から推測できることは何ですか。

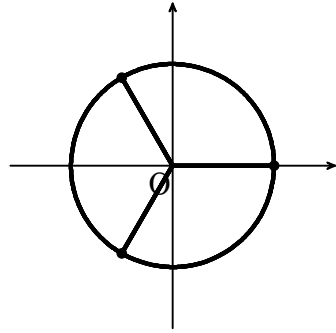
複素数平面のおさらいとイントロダクション

問 1) $x^3 = 1$ を解きなさい。

問 2) 問 1 の解を複素数平面上に表しなさい。

解答 $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$ より

$$x = 1, \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$



問 3) 問 1 の解を極形式の形で表しなさい。

解答 $x = 1$ は $x = 1 + 0 = \cos 0 + i \sin 0$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = -\frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{2}{3}\pi + i \sin \frac{2}{3}\pi$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = -\frac{1}{2} + i \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \cos \frac{4}{3}\pi + i \sin \frac{4}{3}\pi$$

問 4) 問 3 の極形式の偏角を比較してまとめなさい。

解答 $x = \cos \frac{2k\pi}{3} + i \sin \frac{2k\pi}{3} \quad (k = 0, 1, 2)$

問 5) 問 1 で $x = \cos \theta + i \sin \theta$ とおくと、 $(\cos \theta + i \sin \theta)^3$ となる。

ここまでの結果から、どのような式になることが推測できるか。

解答 $(\cos \theta + i \sin \theta)^3 = \cos 3\theta + i \sin 3\theta = \cos 0 + i \sin 0$ とすると

$$3\theta = 0 + 2k\pi \text{ より } \theta = \frac{2k\pi}{3}$$

つまり ド・モアブルの定理

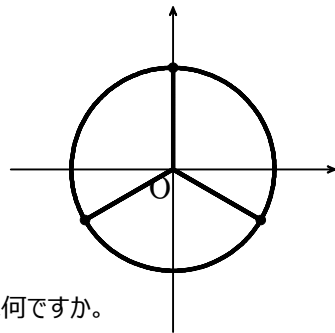
n が整数のとき $(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$ が推測できる

問 6) 問 1 の解に i を掛けてその結果を座標に示しなさい。

解答 $x = 1$ は $x = i$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ は } x = \frac{-\sqrt{3} - i}{2}$$

$$x = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \text{ は } x = \frac{\sqrt{3} - i}{2}$$



問 7) i を極形式にすることで問 6 の作業から推測できることは何ですか。

解答 $i = \cos 90^\circ + i \sin 90^\circ$

$$z_n = r_n(\cos \theta_n + i \sin \theta_n) \text{ のとき } z_1 z_2 = r_1 r_2 \{\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)\}$$