

【内容目標】 分数関数のグラフの形や特徴を押さえよう！

$y = \frac{2}{x}$ ,  $y = \frac{2x-5}{x+1}$  のように、 $x$  についての分数式で表された関数を、 $x$  の **分数関数** という。特に断りがない場合、分数関数の定義域は、分母を 0 にする  $x$  の値を除く実数全体である。

分数関数のグラフと性質

1 分数関数  $y = \frac{k}{x-p} + q$  のグラフは、 $y - q = \frac{k}{x-p}$  とかけるので

$y = \frac{k}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $p$ ,  $y$  軸方向に  $q$  だけ平行移動した直角双曲線で、

漸近線は 2 直線  $x = p$ ,  $y = q$  である。

2 定義域は  $x \neq p$ , 値域は  $y \neq q$  である。 =だと漸近線、≠だと定義域地域

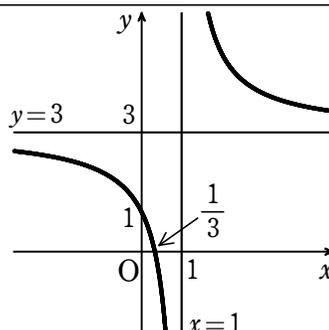
例 1) 関数  $y = \frac{2}{x-1} + 3$  のグラフは、

(分母)=0 とすると  $x-1=0 \therefore x=1$  漸近線

≠に変えると  $x \neq 1$  定義域

$\frac{2}{x-1} = 0$  とすると  $\therefore y=3$  漸近線

≠に変えると  $y \neq 3$  値域



関数  $y = \frac{2}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に 1,  $y$  軸方向に 3

だけ平行移動した直角双曲線で、漸近線は 2 直線  $x=1$ ,  $y=3$  である。また、定義域は  $x \neq 1$ , 値域は  $y \neq 3$  である。

※  $x=0$  のとき  $y = \frac{2}{-1} + 3 = 1$ ,

$y=0$  のとき  $0 = \frac{2}{x-1} + 3$  より  $0 = 2 + 3(x-1) \therefore x = \frac{1}{3}$

- グラフは①漸近線をかく  
②切片をとる  
③象限・漸近線に注意してかく

例題 1) 関数  $y = \frac{2x+5}{x+1}$  のグラフをかけ。また、その定義域と値域を求めよ。

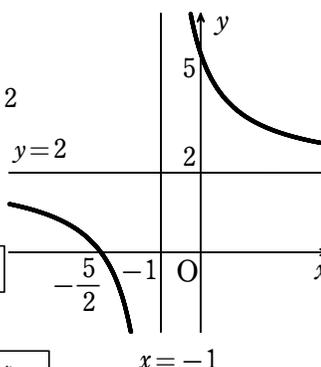
解答  $\frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(x+1)+3}{x+1} = \frac{3}{x+1} + 2$   $A = B \times Q + R$

よって  $y = \frac{3}{x+1} + 2$  漸近線

(分母)=0 とすると  $x+1=0 \therefore x=-1$

≠に変えると  $x \neq -1$  定義域

$\frac{3}{x+1} = 0$  とすると  $\therefore y=2$  ≠に変えると  $y \neq 2$  値域



ゆえに、グラフは右の図の直角双曲線で、漸近線は 2 直線  $x = -1$ ,  $y = 2$  である。また、

定義域は  $x \neq -1$ , 値域は  $y \neq 2$  である。

関数と極限【分数関数とそのグラフ】 p.78~80 練習

---

① 練習 2) 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

(1)  $y = -\frac{2}{x} + 1$

(2)  $y = \frac{1}{x-2} - 1$

(3)  $y = \frac{2}{x+1} - 3$

② 練習 3) 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

(1)  $y = \frac{x-1}{x-2}$

(2)  $y = \frac{-2x+5}{x-1}$

(3)  $y = \frac{4x+3}{2x+1}$

- ③ 分数関数  $y = \frac{x+5}{x+3}$  のグラフは、双曲線  $y = \frac{2}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に<sup>ア</sup> ,  $y$  軸方向に<sup>イ</sup>  だけ平行移動したものである。【湘南工科大】

1 練習2) 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

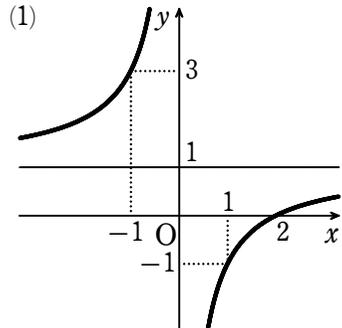
(1)  $y = -\frac{2}{x} + 1$

(2)  $y = \frac{1}{x-2} - 1$

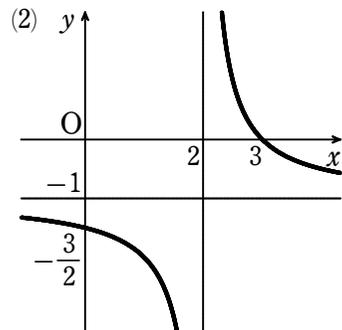
(3)  $y = \frac{2}{x+1} - 3$

解説

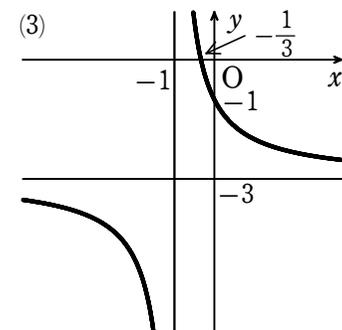
(1) このグラフは、 $y = -\frac{2}{x}$  のグラフを  $y$  軸方向に 1 だけ平行移動したもので、グラフは図のようになる。漸近線は 2 直線  $x=0$ ,  $y=1$  である。また、定義域は  $x \neq 0$ , 値域は  $y \neq 1$  である。



(2) このグラフは、 $y = \frac{1}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に 2,  $y$  軸方向に  $-1$  だけ平行移動したもので、グラフは図のようになる。漸近線は 2 直線  $x=2$ ,  $y=-1$  である。また、定義域は  $x \neq 2$ , 値域は  $y \neq -1$  である。



(3) このグラフは、 $y = \frac{2}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $-1$ ,  $y$  軸方向に  $-3$  だけ平行移動したもので、グラフは図のようになる。漸近線は 2 直線  $x=-1$ ,  $y=-3$  である。また、定義域は  $x \neq -1$ , 値域は  $y \neq -3$  である。



2 練習3) 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

(1)  $y = \frac{x-1}{x-2}$

(2)  $y = \frac{-2x+5}{x-1}$

(3)  $y = \frac{4x+3}{2x+1}$

解説

$$(1) \quad \frac{x-1}{x-2} = \frac{(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 1$$

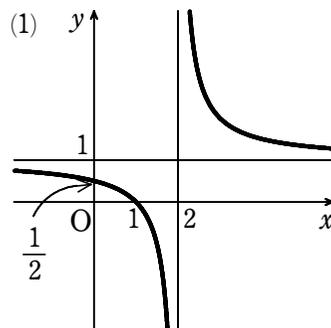
よって  $y = \frac{1}{x-2} + 1$

したがって、グラフは図のようになる。

漸近線は、次の2直線である。

$$x=2, y=1$$

また、定義域は  $x \neq 2$ 、値域は  $y \neq 1$  である。



$$(2) \quad \frac{-2x+5}{x-1} = \frac{-2(x-1)+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} - 2$$

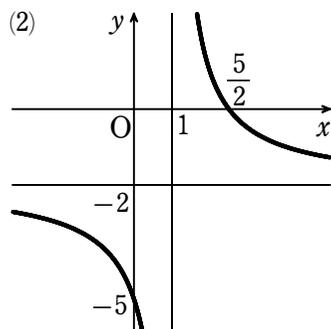
よって  $y = \frac{3}{x-1} - 2$

したがって、グラフは図のようになる。

漸近線は、次の2直線である。

$$x=1, y=-2$$

また、定義域は  $x \neq 1$ 、値域は  $y \neq -2$  である。



$$(3) \quad \frac{4x+3}{2x+1} = \frac{2(2x+1)+1}{2x+1} = \frac{1}{2x+1} + 2$$

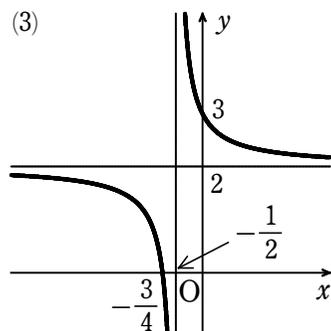
よって  $y = \frac{1}{2x+1} + 2$

したがって、グラフは図のようになる。

漸近線は、次の2直線である。

$$x = -\frac{1}{2}, y = 2$$

また、定義域は  $x \neq -\frac{1}{2}$ 、値域は  $y \neq 2$  である。



- ③ 分数関数  $y = \frac{x+5}{x+3}$  のグラフは、双曲線  $y = \frac{2}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $^{\text{ア}}$  ,  $y$  軸方向に  $^{\text{イ}}$   だけ平行移動したものである。【湘南工科大】

解説

$$y = \frac{x+5}{x+3} = \frac{(x+3)+2}{x+3} = \frac{2}{x+3} + 1$$

$$y-1 = \frac{2}{x-(-3)}$$

よって、 $y = \frac{2}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $^{\text{ア}}$   $-3$ 、 $y$  軸方向に  $^{\text{イ}}$   $1$  だけ平行移動したものである。