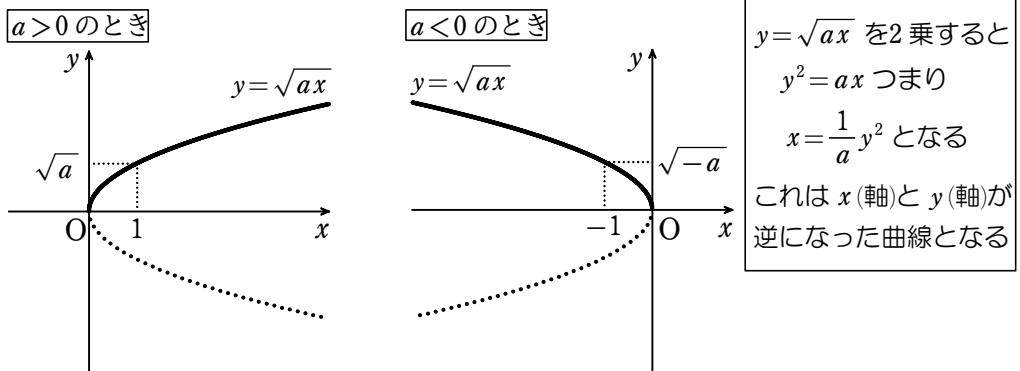


【内容目標】無理関数の特徴を理解してグラフをかけるようになるろう！

\sqrt{x} , $\sqrt{3x+1}$ のように、根号の中に文字を含む式を **無理式** といい、 x についての無理式で表された関数を、 x の **無理関数** という。

特に断りが無い場合、無理関数の定義域は、根号の中を正または0にする実数全体である。

一般に、無理関数 $y = \sqrt{ax}$ のグラフは、下の図のようになる。



無理関数 $y = \sqrt{ax}$ については、次のことがいえる。

<p>$a > 0$ のとき</p> <p>定義域は $x \geq 0$</p> <p>値域は $y \geq 0$</p> <p>単調に増加する*</p>	<p>$a < 0$ のとき</p> <p>定義域は $x \leq 0$</p> <p>値域は $y \geq 0$</p> <p>単調に減少する*</p>
---	---

$\sqrt{0} \geq 0$ であるから
 $y = \sqrt{0}$ より
 $y \geq 0$ である。

一般に、 $a \neq 0$ のとき $\sqrt{ax+b} = \sqrt{a\left(x+\frac{b}{a}\right)}$ であるから、
 $y = \sqrt{ax+b}$ は $y = \sqrt{a(x-p)}$ の形に変形できる。

一般に、無理関数 $y = \sqrt{a(x-p)}$ について、次のことが成り立つ。

- 無理関数のグラフと性質**
- 1 無理関数 $y = \sqrt{a(x-p)}$ のグラフは、 $y = \sqrt{ax}$ のグラフを x 軸方向に p だけ平行移動したものである。
 - 2 $a > 0$ のとき、定義域は $x \geq p$ 、値域は $y \geq 0$ であり、
 $a < 0$ のとき、定義域は $x \leq p$ 、値域は $y \geq 0$ である。

関数と極限【無理関数とそのグラフ】 p.82～84

練習6) 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

(1) $y = \sqrt{2x}$

(2) $y = -\sqrt{2x}$

(3) $y = \sqrt{-2x}$

練習7) 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

(1) $y = \sqrt{x-1}$

(2) $y = \sqrt{-2x+4}$

(3) $y = -\sqrt{3x+3}$

練習6) 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

- (1) $y = \sqrt{2x}$ (2) $y = -\sqrt{2x}$ (3) $y = \sqrt{-2x}$

解説

(1) 定義域 $2x \geq 0$

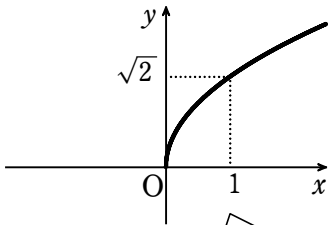
$\therefore x \geq 0$

値域 $y \geq 0$

$x=1$ のとき

$y = \sqrt{2}$ なので

定義域内の都合の良い値を



通る点を1つ示す

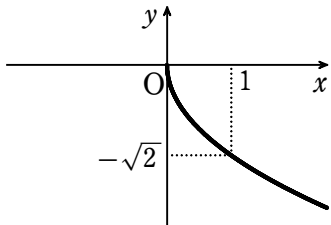
定義域は ($\sqrt{\quad}$ の中身) ≥ 0

(2) 定義域 $2x \geq 0$

$\therefore x \geq 0$

値域 $y \leq 0$

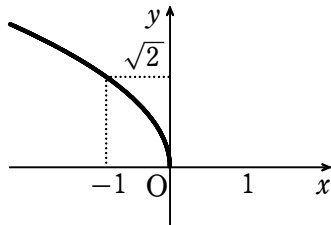
値域は $-\sqrt{\quad} \leq 0$ なので $y \leq 0$



(3) 定義域 $-2x \geq 0$

$\therefore x \leq 0$

値域 $y \geq 0$



練習7) 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

- (1) $y = \sqrt{x-1}$ (2) $y = \sqrt{-2x+4}$ (3) $y = -\sqrt{3x+3}$

解説

(1)

定義域は ($\sqrt{\quad}$ の中身) ≥ 0

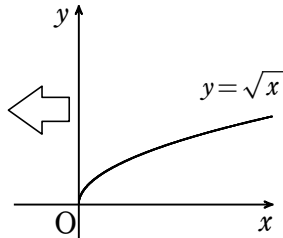
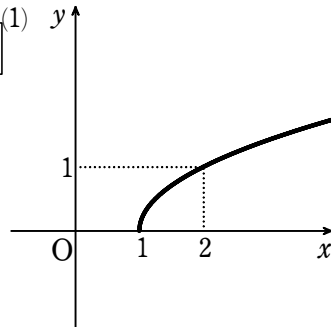
定義域は $x-1 \geq 0$

$\therefore x \geq 1$

値域は $y \geq 0$

$x=2$ のとき $y=1$ なので

図のようになる。



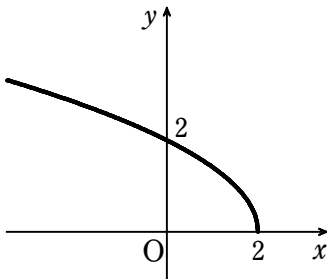
このグラフは、 $y = \sqrt{x}$ のグラフを x 軸方向に1だけ平行移動したもの

(2) 変形すると $y = \sqrt{-2(x-2)}$

定義域は $-2(x-2) \geq 0$

$x-2 \geq 0$ より $x \leq 2$,

値域は $y \geq 0$ である。



y 軸と交わるときは y 切片を求めておく (通る点は y 切片で代替)

(3) 変形すると $y = -\sqrt{3(x+1)}$

定義域は $3(x+1) \geq 0$

$x+1 \geq 0$ より $x \geq -1$,

値域は $y \leq 0$ である。

