

【内容目標】 分数関数のグラフの形や特徴を押さえよう！

$y = \frac{2}{x}$ ,  $y = \frac{2x-5}{x+1}$  のように、 $x$  についての分数式で表された関数を、 $x$  の **分数関数** という。特に断りがない場合、分数関数の定義域は、分母を0にする  $x$  の値を除く実数全体である。

分数関数のグラフと性質

1 分数関数  $y = \frac{k}{x-p} + q$  のグラフは、 $y - q = \frac{k}{x-p}$  とかけるので

$y = \frac{k}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に  $p$ 、 $y$  軸方向に  $q$  だけ平行移動した直角双曲線で、分数関数

漸近線は2直線  $x = p$ ,  $y = q$  である。

=だと漸近線、≠だと定義域・値域

2 定義域は  $x \neq p$ 、値域は  $y \neq q$  である。



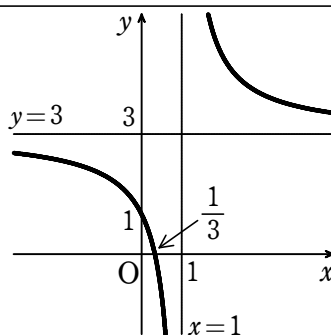
**例1)** 関数  $y = \frac{2}{x-1} + 3$  のグラフは、

(分母)=0 とすると  $x-1=0 \therefore x=1$  漸近線

≠に変えると  $x \neq 1$  定義域

$\frac{2}{x-1} = 0$  とすると  $\therefore y=3$  漸近線

≠に変えると  $y \neq 3$  値域



関数  $y = \frac{2}{x}$  のグラフを  $x$  軸方向に1、 $y$  軸方向に3

だけ平行移動した直角双曲線で、漸近線は2直線  $x=1$ 、 $y=3$  である。また、定義域は  $x \neq 1$ 、値域は  $y \neq 3$  である。

- グラフは①漸近線をかく  
②切片をとる  
③象限・漸近線に注意してかく

※  $x=0$  のとき  $y = \frac{2}{-1} + 3 = 1$ ,

$y=0$  のとき  $0 = \frac{2}{x-1} + 3$  より  $0 = 2 + 3(x-1) \therefore x = \frac{1}{3}$

**例題1)** 関数  $y = \frac{2x+5}{x+1}$  のグラフをかけ。また、その定義域と値域を求めよ。

$A = B \times Q + R$

**解答**  $\frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(x+1)+3}{x+1} = \frac{3}{x+1} + \frac{2(x+1)}{x+1} = \frac{3}{x+1} + 2$

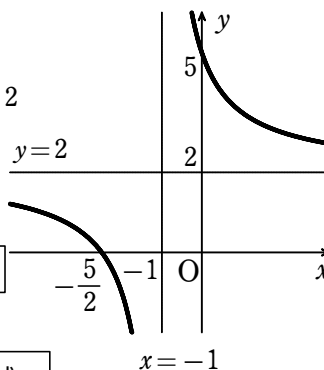
よって  $y = \frac{3}{x+1} + 2$

漸近線

(分母)=0 とすると  $x+1=0 \therefore x=-1$

≠に変えると  $x \neq -1$  定義域

$\frac{3}{x+1} = 0$  とすると  $\therefore y=2$  ≠に変えると  $y \neq 2$  値域



ゆえに、グラフは右の図の直角双曲線で、漸近線は2直線  $x = -1$ ,  $y = 2$  である。また、

定義域は  $x \neq -1$ 、値域は  $y \neq 2$  である。