

【内容目標】 分数関数のグラフを利用して不等式を解こう！

応用例題 1) 関数  $y = \frac{2}{x-1}$  のグラフと直線  $y = x$  の共有点の座標を求めよ。

方針 共有点の  $x$  座標は連立方程式の解！

解答  $\frac{2}{x-1} = x$  より  $2 = x(x-1)$

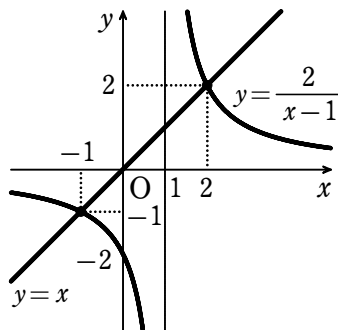
すなわち  $x^2 - x - 2 = 0$

これを解くと  $x = -1, 2$

これが共有点の  $x$  座標である。

$y = x$  であるから、求める共有点の座標は

$(-1, -1), (2, 2)$

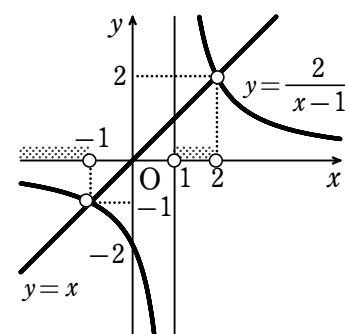


応用例題 1つづき) 不等式  $\frac{2}{x-1} > x$  を解け。

方針  $y = \frac{2}{x-1}$  ……①  $y = x$  ……②

のグラフの上下関係から考える

大きい方 (>の開いている方) が上になる  $x$  の範囲を求める



関数  $y = \frac{2}{x-1}$  のグラフが直線  $y = x$  より上側にある

$x$  の値の範囲は図から、  $x < -1, 1 < x < 2$

よって不等式の解は  $x < -1, 1 < x < 2$

別解  $x-1$  を掛けて両辺を払いたくなるが、負の数に掛けると不等号の向きは変わってしまう  
そこで  $(x-1)^2$  を掛けることで処理する

$\frac{2}{x-1} > x$  に  $(x-1)^2$  を掛けると  $2(x-1) > x(x-1)^2$

$x(x-1)^2 - 2(x-1) < 0$

共通因数でくくって  $(x-1)\{x(x-1)-2\} < 0$

$(x-1)(x^2 - x - 2) < 0$

$(x-1)(x-2)(x+1) < 0$  なので

$\therefore x < -1, 1 < x < 2$

定義域  $x \neq 1$  に注意

