



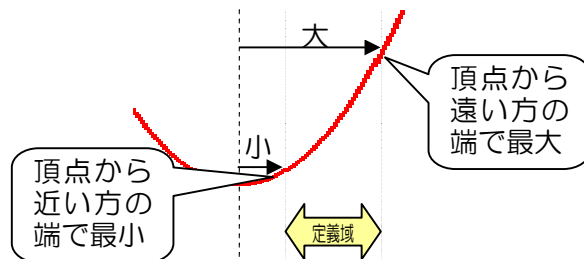
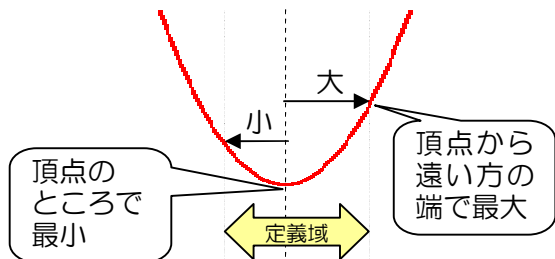
2次関数の最大最小の確認

◆◆◆ 頂点の位置が決め手 ◆◆◆

最大・最小を求めるとき、色々な場合に分かれているが、その理由は頂点(軸)が定義域に対してどの位置にあるかということである。例えば、下に凸の2次関数では次のように分けられる。

1. 頂点が定義域の内にあるとき

2. 頂点が定義域の外にあるとき



つまり、頂点(軸)が、定義域の内にあるか外にあるか、また、その頂点(軸)が定義域の中央の位置の左右のどちらにあるか、によっていろいろな場合がある。

◆◆◆ 場合分けをする最大・最小 ◆◆◆

最大最小の問題の中には、定義域や関数の係数に文字を含むものがある。そのような関数は

軸と定義域の位置関係で場合分け

をしなくてはならない。そこで次のような手順で考えてみよう。

① 一般形は標準形に。

頂点や軸、凸の向き、定義域の真ん中の値、定義域の端での y の値などを調べる。

※解答にもわかったことをしっかりと書いておく。

※定義域の真ん中の値は、定義域の端の値を足して2で割る。 $(a \leq x \leq b \rightarrow \frac{a+b}{2})$

② a の正負によって次のように考える。

$$y = a(x-p)^2 + q \quad (b \leq x \leq c) \quad \text{軸: 直線 } x=p \quad \text{定義域の中央: } x=d \left(= \frac{b+c}{2} \right) \quad \text{とすると,}$$

下に凸 $a > 0$

最小値を求める場合

① $p < b$	(軸) < (定義域の左端の値)
② $b \leq p \leq c$	(定義域の左端の値) \leq (軸) \leq (定義域の右端の値)
③ $c < p$	(定義域の右端の値) < (軸)

最大値を求める場合

① $p < d$	(軸) < (定義域の真ん中の値)
② $p = d$	(軸) = (定義域の真ん中の値)
③ $d < p$	(定義域の真ん中の値) < (軸)

の3通りに場合分けをしてグラフの概形を書いてみる

※グラフの概形が描きづらければ、範囲内にある数字を実際に代入してかいてみるとよい

上に凸 $a < 0$

最小値を求める場合

- ① $p < d$ (軸) < (定義域の真ん中の値)
- ② $p = d$ (軸) = (定義域の真ん中の値)
- ③ $d < p$ (定義域の真ん中の値) < (軸)

最大値を求める場合

- ① $p < b$ (軸) < (定義域の左端の値)
- ② $b \leq p \leq c$ (定義域の左端の値) \leq (軸) \leq (定義域の右端の値)
- ③ $c < p$ (定義域の右端の値) < (軸)

の3通りに場合分けをしてグラフの概形を書いてみる
 ※グラフの概形が描きづらければ、範囲内にある数字を実際に代入してかいてみるとよい

③ かいたグラフから、最大値や最小値を見つけて、出た値を整理する

わかった最大値・最小値は 最大値 $\begin{cases} \bigcirc (p < d) \\ \triangle (p = d) \\ \square (d < p) \end{cases}$ などのように、

どのような条件の時の最大最小であるか整理しておくとうよい

※ 図でも判断できるようにしておこう！

