



# 絶対値の鉄則

★絶対値は次の手順をおって進めていこう。

## 基本編

「中身が正」なら「そのままはずせ」、「中身が負」なら「マイナスかっこ」

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0 \text{ のとき}) \\ -a & (a < 0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

$$|a| = |-a|, |a|^2 = a^2, |ab| = |a||b|, \left| \frac{b}{a} \right| = \frac{|b|}{|a|}$$

**例題** 次の絶対値をはずせ。

(1)  $|-3| = -(-3) = 3$ ,  $|\sqrt{2}| = \sqrt{2}$ ,  $3 - \pi < 0$  なので  $|3 - \pi| = -(3 - \pi) = \pi - 3$

(2)  $|x - 2|$  は  $x - 2 \geq 0$  つまり  $x \geq 2$  のとき  $x - 2$

$x - 2 < 0$  つまり  $x < 2$  のとき  $-(x - 2) = -x + 2$

## 公式編

絶対値1つが正の数と等号不等号で結ばれている ⇒ 公式の活用！

$$|(x \text{ の式})| = \boxed{\text{正の数}}$$

$$|(x \text{ の式})| > \boxed{\text{正の数}}$$

$$|(x \text{ の式})| < \boxed{\text{正の数}}$$

$$|(x \text{ の式})| \geq \boxed{\text{正の数}}$$

$$|(x \text{ の式})| \leq \boxed{\text{正の数}}$$



$$(x \text{ の式}) = \pm \boxed{\text{正の数}}$$

$$(x \text{ の式}) < -\boxed{\text{正の数}}, \boxed{\text{正の数}} < (x \text{ の式})$$

$$-\boxed{\text{正の数}} < (x \text{ の式}) < \boxed{\text{正の数}}$$

$$(x \text{ の式}) \leq -\boxed{\text{正の数}}, \boxed{\text{正の数}} \leq (x \text{ の式})$$

$$-\boxed{\text{正の数}} \leq (x \text{ の式}) \leq \boxed{\text{正の数}}$$

**例題** 次の方程式、不等式を解け。

(1)  $|x - 3| = 5$       与式から  $x - 3 = \pm 5$

$x - 3 = 5$                       から  $x = 8$

$x - 3 = -5$                     から  $x = -2$

したがって  $x = -2, 8$

(2)  $|x - 3| < 5$       与式から  $-5 < x - 3 < 5$

全体に3を加えて  $-2 < x < 8$

(3)  $|x - 3| \geq 5$       与式から  $x - 3 \leq -5, 5 \leq x - 3$

全体に3を加えて  $x \leq -2, 8 \leq x$

他に文字が含まれていたり、絶対値が2つ以上あるとき ⇒ 場合分け！

- 【手順】① 境目の作成…(絶対値の中身)=0とおいた方程式を解く  
 複数絶対値があるときは、それらすべて解く  
 ② 正負の確認…境目の中の値をもとに、絶対値の中身の正負(+-)を確認  
 ③ 場合分け…境目をもとに場合分けを行う  
 ④ 絶対値開放…②の正負をもとに絶対値をはずし、計算を行う  
 ⑤ 条件の吟味…④で出てきた解が③の条件に適しているか確認する

例題 次の方程式、不等式を解け。

(1)  $|x-1|=2x$

<p style="text-align: center;"><math>x-1=0</math> とおくと <math>x=1</math></p> <p style="text-align: center;">i) <math>x &lt; 1</math> のとき      ii) <math>1 \leq x</math> のとき</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\begin{aligned} -(x-1) &amp;= 2x \\ -3x &amp;= -1 \\ x &amp;= \frac{1}{3} \end{aligned}</math> <p>これは <math>x &lt; 1</math> を満たす</p> <p>ゆえに <math>x = \frac{1}{3}</math></p> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\begin{aligned} x-1 &amp;= 2x \\ -x &amp;= 1 \\ x &amp;= -1 \end{aligned}</math> <p>これは <math>x \geq 1</math> より不適である</p> </div> </div>	<p>←① 中身=0とおいて正負の境目を出す          ←② 境目をもとに正負の確認          ←③ 数直線をもとに場合分け          ←④ 場合分けをもとに絶対値を外す</p> <p>←⑤ 出た解を条件と照らし合わせる</p> <p>←答えをまとめる</p>
--	--

(2)  $|2x|+|x-5|=8$

<p style="text-align: center;"><math>2x=0, x-5=0</math> とおくと <math>x=0, 5</math></p> <p style="text-align: center;">i) <math>x &lt; 0</math> のとき    ii) <math>0 \leq x &lt; 5</math> のとき    iii) <math>5 \leq x</math> のとき</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\begin{aligned} -(2x)-(x-5) &amp;= 8 \\ -2x-x+5 &amp;= 8 \\ -3x &amp;= 3 \\ x &amp;= -1 \end{aligned}</math> <p>これは <math>x &lt; 0</math> を満たす</p> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\begin{aligned} 2x-(x-5) &amp;= 8 \\ 2x-x+5 &amp;= 8 \\ x &amp;= 3 \end{aligned}</math> <p>これは <math>0 \leq x &lt; 5</math> を満たす</p> </div> <div style="text-align: center;"> <math display="block">\begin{aligned} 2x+(x-5) &amp;= 8 \\ 3x &amp;= 13 \\ x &amp;= \frac{13}{3} \end{aligned}</math> <p><math>5 \leq x</math> より不適</p> </div> </div> <p style="text-align: center;">ゆえに <math>x = -1, 3</math></p>	<p>←① 中身=0とおいて正負の境目を出す          ←② 境目をもとに正負の確認          ←③ 数直線をもとに場合分け          ←④ 場合分けをもとに絶対値を外す</p> <p>←⑤ 出た解を条件と照らし合わせる</p> <p>←答えをまとめる</p>
--	--

※ 正負の判断は代表値を代入するなどして確認しよう。

例)  $|-x+6|=2x$  なら右のような場合分けを行う

