# 相互関係式の求値問題の確認

★ 式の流れを考えながらを確認しておこう

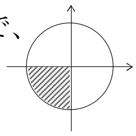
## ◇ $\sin\theta$ や $\cos\theta$ が与えられたとき

例題 1　$\theta$ の動径が第 3 象限にあり，$\cos\theta=-\dfrac{3}{5}$ のとき，$\sin\theta$ と $\tan\theta$ の値を求めよ。

**手順①　与えられた条件から、問題以外の三角関数の符号を考える。**

$\theta$ の動径が第 3 象限にあるので、

$\sin\theta<0$ , $\tan\theta>0$



> **図をかいて確認を。**
> **問題文で $\cos\theta$ が与えられているので、**
> **求める $\sin\theta$, $\tan\theta$ の符号を考える。**

**手順②　$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ に問題で与えられた三角関数の値を代入して計算する。**

$$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$$
$$=1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2$$
$$=1-\frac{9}{25}$$
$$=\frac{16}{25}$$

> **$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$ より移項して**
> 　$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$　**（$\cos\theta$ が与えられたとき）**
> **または**
> 　$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta$　**（$\sin\theta$ が与えられたとき）**
> **のかたちで用いる。**

**手順③　手順①で考えた符号をもとに、手順②で求めた値の平方根を取る。**

$\sin\theta<0$ なので

> **手順①より、わかったこと**

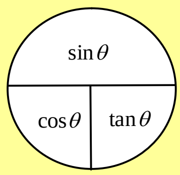
$$\sin\theta=-\sqrt{\frac{16}{25}}$$
$$=-\frac{4}{5}$$

> **$x^2=4$ のとき、$x=\pm2$**
> **であるのと同様に $\sin\theta$ も±両方出てくるはずだが、**
> **手順①でどちらかの符号に絞られる。**

**手順④　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ で、残りの三角関数を求める。**

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$
$$=\frac{-\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}}=-\frac{4}{5}\div\left(-\frac{3}{5}\right)$$
$$=-\frac{4}{5}\times\left(-\frac{5}{3}\right)$$
$$=\frac{4}{3}$$

> **最後の 1 つは必ず**
> $\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$
> **で求めるように。**
> **右の図も合わせて憶えておこう。**
> **（$\tan\theta$ を指でかくすと、$\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ が残る）**



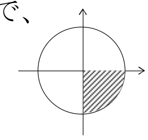
## ◇ $\tan\theta$ が与えられたとき

例題２　$\theta$ の動径が第４象限にあり， $\tan\theta=-2$ のとき， $\sin\theta$ と $\cos\theta$ の値を求めよ。

**手順①　与えられた条件から、問題以外の三角関数の符号を考える。**

$\theta$ の動径が第４象限にあるので、

$\sin\theta<0$ , $\cos\theta>0$



**図をかいて確認を。**
**問題文で $\tan\theta$ が与えられているので、**
**求める $\sin\theta$, $\cos\theta$ の符号を考える。**

**手順②　$1+\tan^2\theta=\dfrac{1}{\cos^2\theta}$ に問題で与えられた三角関数の値を代入して計算する。**

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{\cos^2\theta}&=1+\tan^2\theta\\
&=1+(-2)^2\\
&=1+4\\
&=5
\end{aligned}
$$

**$\tan\theta$ が与えられたときは**

$$1+\tan^2\theta=\frac{1}{\cos^2\theta}$$

**を用いる。**

よって

$$\cos^2\theta=\frac{1}{5}$$

**$\dfrac{1}{\cos^2\theta}=\dfrac{5}{1}$ と見ることができるので、両辺の逆数をとる。**

**手順③　手順①で考えた符号をもとに、手順②で求めた値の平方根を取る。**

$\cos\theta>0$ なので

**手順①より、わかったこと**

$$
\begin{aligned}
\cos\theta&=\sqrt{\frac{1}{5}}\\
&=\frac{1}{\sqrt{5}}
\end{aligned}
$$

**$x^2=4$ のとき、 $x=\pm2$**
**であるのと同様に $\cos\theta$ も±両方出てくるはずだが、**
**手順①でどちらかの符号に絞られる。**

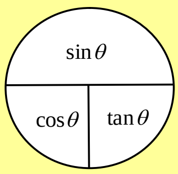
**手順④　$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ で、残りの三角関数を求める。**

$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$ より

$$
\begin{aligned}
\sin\theta&=\cos\theta\times\tan\theta\\
&=\frac{1}{\sqrt{5}}\times(-2)\\
&=-\frac{2}{\sqrt{5}}
\end{aligned}
$$

**最後の１つは必ず**

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$




**で求めるように。**
**右の図も合わせて憶えておこう。**
**（$\sin\theta$ を指でかくすと、 $\cos\theta\times\tan\theta$ が残る）**