



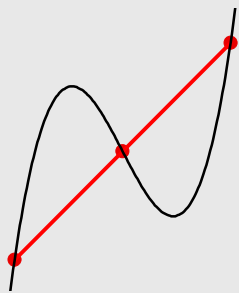
変曲点の性質の確認

★ 変曲点に関する事項を確認しておこう

ある点を境にして、曲線の凹凸が変わるとき、この点を変曲点といいます。言い方を変えると、 $f''(a)=0$ で $x=a$ の前後で $f''(x)$ の符号が変われば、点 $(a, f(a))$ は曲線 $y=f(x)$ の変曲点であるといえます。（基本的には $f''(x)=0$ を計算すれば変曲点の x 座標を求めることが出来る。変曲点とならない場合もあるので増減表で符号の吟味を。）ここではその変曲点について、いろいろと注目してみましょう。

3次曲線は、変曲点を1つもち、その座標は $\left(-\frac{b}{3a}, \frac{2b^3 - 9abc + 27a^2d}{27a^2}\right)$ である。

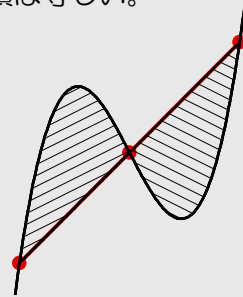
3次曲線は、つねにその変曲点に関して対称である。



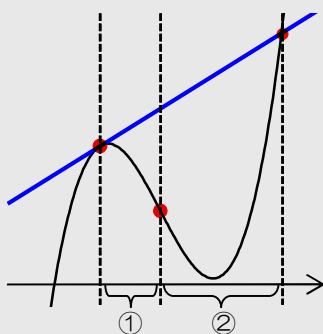
3次曲線は、変曲点が存在すれば、極大点・極小点は変曲点に関して対象である。いいかえれば、極大値と極小値を持つとき、変曲点は極大値と極小値の midpoint となる。



変曲点を通る直線をとれば、3次曲線と交わってできる2つの面積は等しい。

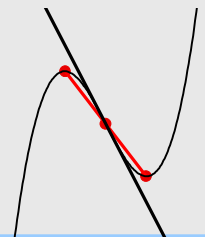


3次関数のグラフに接線を引くとき、接点と変曲点、もう1つの交点の x 座標の位置関係は 2 : 1 になっている。

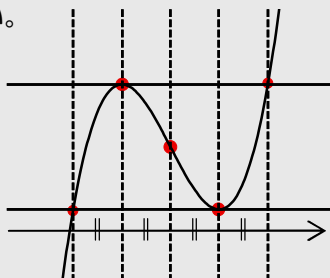


(変曲点における接線の傾き)

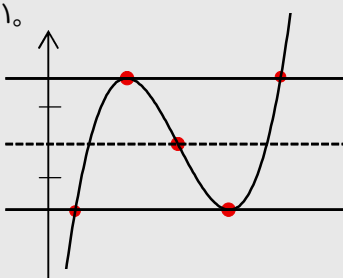
$$= (\text{極点を結ぶ直線の傾き}) \times \frac{3}{2}$$



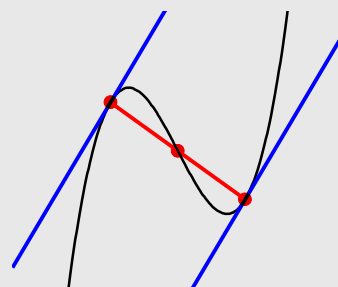
極大値と「極小値における接線と三次関数自身との交点」、極大値と変曲点、極小値と変曲点、極小値と「極大値における接線と三次関数自身との交点」、の x 座標の差はそれぞれ等しい。



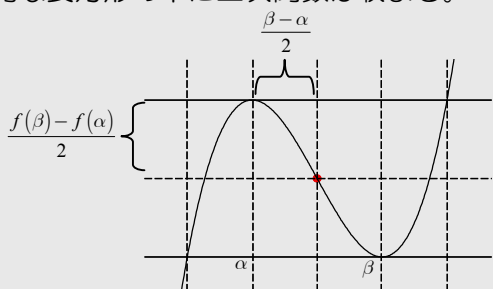
極大値と変曲点、極小値と変曲点、「極小値における接線と三次関数自身との交点」と変曲点、「極大値における接線と三次関数自身との交点」と変曲点、の y 座標の差はそれぞれ等しい。



互いに接線の傾きが等しい接点において、その接点の midpoint は変曲点と一致する。



変曲点や極点を基準に8個に分けた合同な長方形の中に3次関数は収まる。



曲線外の点から3次曲線にひくことのできる接線の本数は、変曲点における接線を境にして対称的に切り替わる。

- 接線と曲線で挟まれた領域……………3本
- 接線および曲線上(変曲点除く)……………2本
- その他……………1本

