

# 確認 グラフのかき方のまとめ

## ■ $y = f(x)$ の形 (陽関数) のグラフのかき方のまとめ

関数  $y = f(x)$  のグラフの概形をかくには、次のようなことを調べる。

- ① 定義域
- ② 対称性・周期性 (  $y$  軸、原点など)
- ③ 関数の増減, 極値 (増減表で!)
- ④ 凹凸, 変曲点
- ⑤ 漸近線
- ⑥ 座標軸との共有点

### 対称性

対称性は、関数  $f(x)$  について成り立つ等式で判断できる。

- [1]  $f(-x) = f(x)$  が常に成り立つとき、曲線  $y = f(x)$  は  $y$  軸に関して対称【偶関数】
- [2]  $f(-x) = -f(x)$  が常に成り立つとき、曲線  $y = f(x)$  は原点に関して対称【奇関数】

点

$x$  を  $-x$  とおいても同じに  $\rightarrow y$  軸に関して対称  
 $y$  を  $-y$  とおいても同じに  $\rightarrow x$  軸に関して対称



両方だと  $\rightarrow$  原点に関して対称

### 漸近線

関数  $y = f(x)$  のグラフに関して、次のことが成り立つ。

- [1]  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$  または  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$  のとき、

直線  $y = a$  は漸近線である。

- [2]  $\lim_{x \rightarrow c+0} f(x), \lim_{x \rightarrow c-0} f(x)$  のうち、

少なくとも1つが  $\infty$  または  $-\infty$  であるとき、

直線  $x = c$  は漸近線である。

- [3]  $\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - (ax + b)\} = 0$  または

$$a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}, \quad b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \{f(x) - ax\} \text{ で求めることができる}$$



$\lim_{x \rightarrow -\infty} \{f(x) - (ax + b)\} = 0$  であるとき、直線  $y = ax + b$  は漸近線である。

## ■ $F(x, y) = 0$ の形 (陰関数) のグラフのかき方のまとめ

$y = f(x)$  の形に変形して陽関数のかき方をもとにグラフをかく。

その際  $f(x)$  が複数の式から構成される場合は **対称性** に注目して効率よくかくようにしてみよう

## ■ $x = f(\theta), y = g(\theta)$ の形 (媒介変数表示) のグラフのかき方のまとめ

$\theta$  を消去できる場合  $\rightarrow$  陽関数のかき方・陰関数のかき方に帰着させる

$\theta$  を消去できない場合  $\rightarrow$  媒介変数のままかく!

$\theta$  の値の変化に伴う  $x = f(x), y = g(x)$  の増減をそれぞれで調べて、  
 表にまとめることで点  $(x, y)$  の動きを追おう!

## ■ 代表的な関数のグラフ

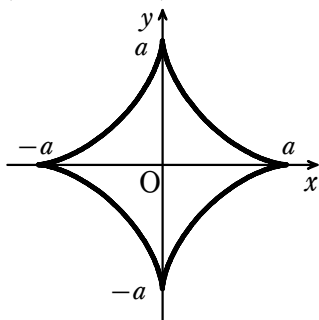
他のものなど、詳しくは数学Cの「いろいろな曲線の確認」のプリントで

### 【媒介変数編】

#### ● アステロイド

表記方法

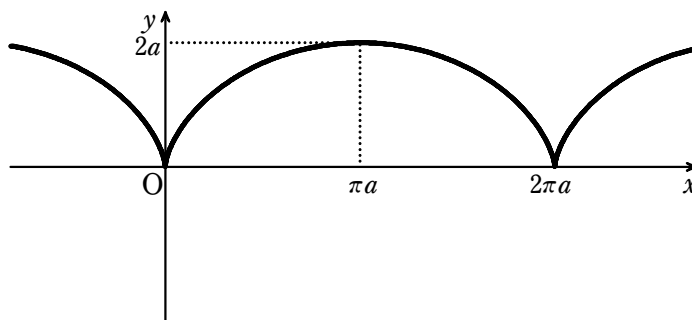
- $\begin{cases} x = a \cos^3 \theta \\ y = a \sin^3 \theta \end{cases}$
- $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{a^2}$
- $(a^2 - x^2 - y^2)^3 = 27a^2 x^2 y^2$



#### ● サイクロイド

表記方法

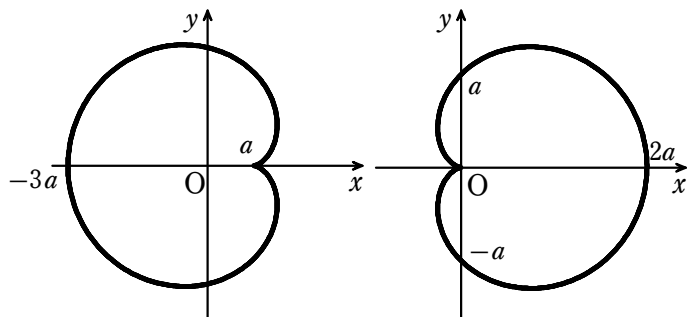
- $\begin{cases} x = a(\theta - \sin \theta) \\ y = a(1 - \cos \theta) \end{cases}$



#### ● カージオイド

表記方法

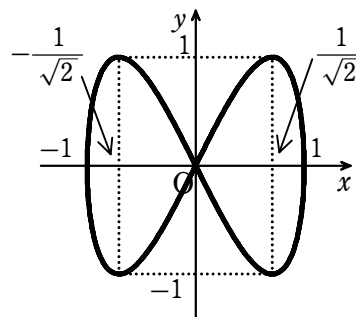
- $\begin{cases} x = a(2 \cos \theta - \cos 2\theta) \\ y = a(2 \sin \theta - \sin 2\theta) \end{cases}$
- 極方程式  $r = a(1 + \cos \theta)$



#### ● リサージュ (a=1, b=2 のとき)

表記方法

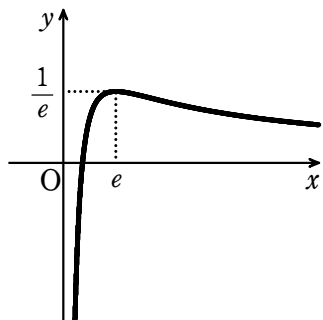
- $\begin{cases} x = \sin \theta \\ y = \sin 2\theta \end{cases}$



### 【極限と関連編】

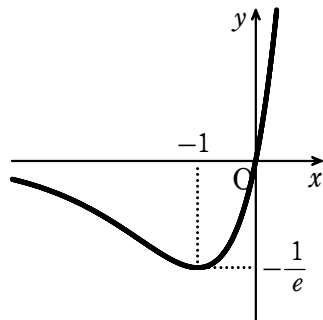
- $y = \frac{\log x}{x}$

有名な極限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$



- $y = x e^x$

有名な極限  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$



- $y = x e^{-x}$

有名な極限  $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x} = 0$

