○極形式

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$r = |z| \,[> 0]$$

θ を z の偏角といい $\arg z$ で表す

○積と商の極形式

$z_1 = r_1\left(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1\right), z_2 = r_2\left(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2\right)$ とすると

$$z_1 z_2 = r_1 r_2\left\{\cos\left(\theta_1 + \theta_2\right) + i\sin\left(\theta_1 + \theta_2\right)\right\}$$

$$\left|z_1 z_2\right| = \left|z_1\right|\left|z_2\right|,\ \arg\left(z_1 z_2\right) = \arg z_1 + \arg z_2$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\left\{\cos\left(\theta_1 - \theta_2\right) + i\sin\left(\theta_1 - \theta_2\right)\right\}$$

$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{\left|z_1\right|}{\left|z_2\right|},\ \arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg z_1 - \arg z_2$$

○複素数の乗法と回転

複素数平面上で、 $\mathrm{P}(z)$ とするとき

点 $r(\cos\theta + i\sin\theta)\cdot z$ は

点Ｐを

原点Ｏを中心として角θだけ回転し

OPをｒ倍に拡大（縮小）した点である

○ド・モアブルの定理

$n \in \mathbb{Z}$ とするとき

$$\left(\cos\theta + i\sin\theta\right)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$

※ $\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{i\theta\times n}$ から "累乗は掛け算に"

アブラーム・ド・モアブル

Abraham de Moivre

1667 年 5 月 26 日～1754 年 11 月 27 日

○方程式の表す図形

異なる２点 A(α) , B(β)に対して

■方程式$\left|z-\alpha\right|=\left|z-\beta\right|$を満たす点P($z$)全体

⇒ 線分 AB の垂直二等分線

■方程式$\left|z-\alpha\right|=r\ (r>0)$を満たす点P($z$)全体

⇒ 点αを中心とする半径rの円

※ 最終手段→$z=x+yi,\ \alpha=a+bi$の利用

○半直線のなす角、線分の平行・垂直などの条件

異なる４点を $\mathrm{A}(\alpha)$, $\mathrm{B}(\beta)$, $\mathrm{C}(\gamma)$, $\mathrm{D}(\delta)$

偏角 θ を $-\pi < \theta \leqq \pi$ で考えるとする。

■ $\angle\beta\alpha\gamma = \arg\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$, $\angle\mathrm{BAC} = \left|\arg\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}\right|$

■ ３点 A,B,C が一直線上 $\Leftrightarrow$ $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が実数[偏角が $0,\pi$]

■ $\mathrm{AB}\perp\mathrm{AC}$ $\Leftrightarrow$ $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が純虚数 [偏角が $\pm\frac{\pi}{2}$]

■ $\mathrm{AB}//\mathrm{CD}$ $\Leftrightarrow$ $\dfrac{\delta-\gamma}{\beta-\alpha}$ が実数　$\mathrm{AB}\perp\mathrm{CD}$ $\Leftrightarrow$ $\dfrac{\delta-\gamma}{\beta-\alpha}$ が純虚数