



1 次不定方程式の鉄則

★ 1 次不定方程式は次の手順をおって進めていこう。

例題 $344x+149y=1$ の整数解をすべて求めよ

1 整数解（式が成り立つ値）を一組求める

数値を代入して探す
※ 係数が 1 桁ぐらいなら可能

筆算+順行表を用いる
※ どんな係数でも OK だが
特殊な方法

ユークリッドの互除法を用いる
※ 教科書の方法
※ 計算が長くなるので注意が必要

整除法
(式を分数に整理し値を絞り込む)
※ 2 桁ぐらいまで。
それより大きいと大変

2 2 式の差をとり、「=0」の形にする

$$344x+149y=1 \quad \dots \textcircled{1}$$

整数解の 1 つは $x=-68$, $y=157$ なので

$$344 \cdot (-68) + 149 \cdot 157 = 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より } 344(x+68) + 149(y-157) = 0$$

$$\begin{array}{r} 344 \cdot x + 149 \cdot y = 1 \\ -) 344 \cdot (-68) + 149 \cdot 157 = 1 \\ \hline 344 \cdot (x+68) + 149 \cdot (y-157) = 0 \end{array}$$

3 「 $\bigcirc = \Delta$ 」の形に変形する

すなわち $344(x+68) = -149(y-157) \quad \dots \textcircled{3}$

4 係数が互いに素であることから、 x の倍数を特定し一般解を出す

344 と 149 は互いに素であるから、
 $x+68$ は 149 の倍数である。
よって k を整数として、 $x+68=149k$ と表される。
 $\therefore x=149k-68$ (k は整数)

「2 数が互いに素になること」や
「 k (n) は整数」に触れよう

5 y の一般解を求める

$x+68=149k$ を $\textcircled{3}$ に代入すると
 $344 \cdot 149k = -149(y-157)$
すなわち $y-157=344k$
したがって、求める整数解は
 $x=149k-68$, $y=-344k+157$ (k は整数)

ユークリッドの互除法

$$344x + 149y = 1$$

344 と 149 に互除法の計算を行うと

$$344 = 149 \cdot 2 + 46$$

$$\text{移項すると } 46 = 344 - 149 \cdot 2$$

$$149 = 46 \cdot 3 + 11$$

$$\text{移項すると } 11 = 149 - 46 \cdot 3$$

$$46 = 11 \cdot 4 + 2$$

$$\text{移項すると } 2 = 46 - 11 \cdot 4$$

$$11 = 2 \cdot 5 + 1$$

$$\text{移項すると } 1 = 11 - 2 \cdot 5$$

よって

$$1 = 11 - 2 \cdot 5$$

$$= 11 - (46 - 11 \cdot 4) \cdot 5$$

$$= 11 \cdot 21 + 46 \cdot (-5)$$

$$= (149 - 46 \cdot 3) \cdot 21 + 46 \cdot (-5)$$

$$= 149 \cdot 21 + 46 \cdot (-68)$$

$$= 149 \cdot 21 + (344 - 149 \cdot 2) \cdot (-68)$$

$$= 344 \cdot (-68) + 149 \cdot 157$$

$$\text{すなわち } 344 \cdot (-68) + 149 \cdot 157 = 1$$

ゆえに整数解の1つは $x = -68, y = 157$

整除法

$$\text{例) } 25x + 17y = 1$$

$$17y = 1 - 25x$$

$$\ast y = \frac{1 - 25x}{17} \text{ のまま行くと}$$

$1 - 25x$ は 17 の倍数なので

$1 - 25x$	17	34	51	68	85
$-25x$	16	33	50	67	84
x	×	×	-2	×	×
y			3		

ゆえに整数解の1つは $x = -2, y = 3$

$$\ast y = \frac{1 - 25x}{17} = \frac{1 - 8x - 17 \cdot 1x}{17} = \frac{1 - 8x}{17} - x$$

と変形すると $1 - 8x$ は 17 の倍数なので

$1 - 8x$	17	34	51	68	85
$-8x$	16	33	50	67	84
x	-2	×	×	×	×
y	$\frac{17}{17} - (-2) = 3$				

ゆえに整数解の1つは $x = -2, y = 3$

筆算+順行表

筆算

① $344 \div 149$ を筆算で行う

$$\begin{array}{r} 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \\ 2 \overline{) 11 \overline{) 46 \overline{) 149 \overline{) 344}}}} \end{array}$$

② 余り 46 で 149 を割る

$$\begin{array}{r} 10 \quad 44 \quad 138 \quad 298 \\ 1 \quad 2 \quad 11 \quad 46 \end{array}$$

余りが1になるまで繰り返す

順行表

① x の係数が大きいので

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

を書き込む (詳しい設定方法は別紙のまとめプリントを参照のこと)

② [n 行の係数]

= [($n-2$) 行の係数] - [($n-1$) 行の係数 \times 商] を行い、商がなくなるまで繰り返す

	x	y	
	1	0	
$1 - 2 \times 0 = 1$	2	0	$0 - 2 \times 1 = -2$
$0 - 3 \times 1 = -3$	3	1	$1 - 3 \times (-2) = 7$
$1 - 4 \times (-3) = 13$	4	-3	$-2 - 4 \times 7 = -30$
$-3 - 5 \times 13 = -68$	5	13	$7 - 5 \times (-30) = 157$
	-68	157	

ゆえに整数解の1つは $x = -68, y = 157$