統計的な推測【確率変数・確率分布】　p.52～53

1 学習内容の説明 ⇒ 2 問題演習 ⇒ 3 振り返り（確認テスト・相互採点・リフレクションの記入）

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】確率分布を求められるようになろう

□確率変数と確率分布

2 枚の硬貨を同時に投げるとき，表と裏の出方には

(表，表)，(表，裏)，(裏，表)，(裏，裏)

の 4 通りの場合がある。

この試行において，表が出る硬貨の枚数を X とすると，
X のとりうる値は，0，1，2 であり，X がこれらの各値をとる確率は，
右の表のようになる。

X	0	1	2	計
確率	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

このXのように，試行の結果によってその値が定まり，
各値に対応して確率が定まるような変数を **確率変数** という。

一般に，確率変数 X のとりうる値が x_1，x_2，……，x_n であり，
それぞれの値をとる確率が p_1，p_2，……，p_n であるとき，次が成り立つ。

$$p_1 \geqq 0,\ p_2 \geqq 0,\ \cdots\cdots,\ p_n \geqq 0$$
$$p_1 + p_2 + \cdots\cdots + p_n = 1$$

X	x_1	x_2	……	x_n	計
P	p_1	p_2	……	p_n	1

和が 1 となる

確率変数 X のとりうる値とその値をとる確率との対応関係は，
上の表のように書き表される。この対応関係を，X の **確率分布** または **分布** といい，
確率変数 X はこの分布に **従う** という。

確率変数 X が値 a をとる確率を $\boldsymbol{P(X=a)}$ で表す。

確率変数 X が a のときの確率

また，X が a 以上 b 以下の値をとる確率を $\boldsymbol{P(a \leqq X \leqq b)}$ で表す。

確率変数 X が a から b までのときの確率

先ほどの硬貨を投げる例の確率変数 X については，次のようになる。

X	0	1	2	計
確率	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$$P(X=0)=\frac{1}{4},\quad P(X=1)=\frac{2}{4},\quad P(X=2)=\frac{1}{4}$$

X	0	1	2	計
確率	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$$P(0 \leqq X \leqq 1)=\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4} \qquad P(1 \leqq X \leqq 2)=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

統計的な推測【確率変数・確率分布】　p.52～53

□確率分布の求め方

例題１） 白玉２個と黒玉３個の入った袋から，３個の玉を同時に取り出すとき，出る白玉の個数を X とする。X の確率分布を求めよ。

全事象は区別をなくして５個から３個選ぶこと

$${}_5C_3={}_5C_2=\frac{5\cdot4}{2\cdot1}=10$$

解答　X のとりうる値は，0，1，2 である。
各値について，X がその値をとる確率を求めると

$$P(X=0)=\frac{{}_3C_3}{{}_5C_3}=\frac{1}{10}$$

黒玉３個から３個選ぶこと　${}_3C_3=1$

$$P(X=1)=\frac{{}_2C_1\times{}_3C_2}{{}_5C_3}=\frac{6}{10}$$

白玉２個から１個、黒玉３個から２個選ぶこと
${}_2C_1\times{}_3C_2={}_2C_1\times{}_3C_1=2\times3=6$

和を計算・確認しやすくするために約分はせずに

$$P(X=2)=\frac{{}_2C_2\times{}_3C_1}{{}_5C_3}=\frac{3}{10}$$

よって，X の確率分布は右の表のようになる。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

練習２） ２個のさいころを同時に投げて，出る目の和を X とする。X の確率分布を求めよ。

２個のさいころと言えば表で処理

さいころの出る目と目の和を表にまとめると右のようになる。
X のとりうる値は
　2，3，4，……，11，12
である。
各値について，X がその値をとる確率を求めると，X の確率分布は次の表のようになる。

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	計
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	1