

1 学習内容の説明 ⇒ 2 問題演習 ⇒ 3 振り返り(確認テスト・相互採点・リフレクションの記入)

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】確率変数を変化させたときの分散や標準偏差を求められるようになろう

□ $aX + b$ の分散と標準偏差

a, b は定数とする。確率変数 X の確率分布が与えられたとき、確率変数 $aX + b$ の分散と標準偏差を求めてみよう。

$$E(X) = m \text{ とすると } E(aX + b) = aE(X) + b = am + b$$

よって、確率変数 $aX + b$ の分散は、確率変数 $\{aX + b - (am + b)\}^2$ の期待値であるから、

$$\begin{aligned} \{aX + b - (am + b)\}^2 &= (aX + b)^2 - 2(aX + b)(am + b) + (am + b)^2 \\ &= a^2X^2 + 2abX + b^2 - 2(a^2mX + abX + abm + b^2) + a^2m^2 + 2abm + b^2 \\ &= a^2X^2 - 2a^2mX + a^2m^2 \\ &= a^2(X - m)^2 \end{aligned}$$

より

$$V(aX + b) = E(a^2(X - m)^2) = a^2E((X - m)^2) = a^2V(X)$$

$$\sigma(aX + b) = \sqrt{V(aX + b)} = \sqrt{a^2V(X)} = |a|\sqrt{V(X)} = |a|\sigma(X)$$

よって、次のことが成り立つ。

$aX + b$ の分散と標準偏差

X を確率変数、 a, b を定数とするとき

$$E(aX + b) = aE(X) + b$$

$$V(aX + b) = a^2V(X),$$

$$\sigma(aX + b) = |a|\sigma(X)$$

期待値はそのまま計算
分散や標準偏差は
計算式をイメージしよう

例8) 1個のさいころを投げて出る目を X とすると

$$E(X) = \frac{7}{2}, V(X) = \frac{35}{12}, \sigma(X) = \frac{\sqrt{105}}{6}$$

例2, 6, 7より

このとき、確率変数 $2X + 1$ の期待値、分散、標準偏差は

$$E(2X + 1) = 2 \cdot \frac{7}{2} + 1 = 8 \quad \leftarrow \text{例3より}$$

$$V(2X + 1) = 2^2 \cdot \frac{35}{12} = \frac{35}{3}$$

$$\sigma(2X + 1) = 2 \cdot \frac{\sqrt{105}}{6} = \frac{\sqrt{105}}{3}$$

終

<補足> $\sigma(2X + 1)$ は $\sigma(2X + 1) = \sqrt{V(2X + 1)}$ から求めることもできる。