統計的な推測【標本平均の分布と正規分布】　p.92～93

1 学習内容の説明 ⇒ 2 問題演習 ⇒ 3 振り返り（確認テスト・相互採点・リフレクションの記入）

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】標準正規分布を活用して問題を解けるようになろう

□標本平均の分布と正規分布

標本平均 $\overline{X}$ の分布について，前ページで述べた性質以外に，次の性質があることが知られている。

標本平均の分布

母平均 m，母標準偏差 σ の母集団から抽出された大きさ n の無作為標本について，

標本平均 $\overline{X}$ は，n が大きいとき，近似的に正規分布 $N\left(m,\ \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$ に従うとみなすことができる。

この考え方を「中心極限定理」という 。簡単に言うと「母集団がどんな分布であっても、標本平均は正規分布に近似できる」ということである。

母集団分布が正規分布のときは，n が大きくなくても，常に $\overline{X}$ は正規分布 $N\left(m,\ \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$ に従う。

正規分布 $N\left(m,\ \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$ の標準偏差は $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ であるから，

母集団から大きさ n の無作為標本を抽出すると、この標本平均 $\overline{X}$ は n が大きいとき近似的に正規分布 $N\left(m, \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$ に従うと見なすことができる

「標本平均の分布」で述べた標本平均 $\overline{X}$ に対して，

$Z=\dfrac{\overline{X}-m}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ は，n が大きいとき，近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

$\overline{X}$ を標準化

応用例題３）

母平均 50，母標準偏差 20 をもつ母集団から，大きさ 100 の無作為標本を抽出するとき，その標本平均 $\overline{X}$ が 54 より大きい値をとる確率を求めよ。

標本平均と
正規分布

考え方　$\overline{X}$ は近似的に正規分布 $N\left(50,\ \dfrac{20^2}{100}\right)$ に従う。

標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う確率変数 Z に直して考える。

解答　標本の大きさは $n=100$，母標準偏差は $\sigma=20$ であるから，

標本平均 $\overline{X}$ の標準偏差は　$\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}=\dfrac{20}{10}=2$

また，母平均は $m=50$ であるから，$Z=\dfrac{\overline{X}-50}{2}$ は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

中心極限定理により、母集団の分布がどのような分布であっても、母平均 m と母分散 σ^2 が存在すれば、十分な大きさの標本をとるとき、標本平均 $\overline{X}$ はほぼ正規分布に従う。

$\overline{X}=54$ のとき　$Z=\dfrac{54-50}{2}=2$

よって　$P(\overline{X}>54)=P(Z>2)$

$=0.5-p(2)$

$=0.5-0.4772=0.0228$

つまり母平均 m と母分散 σ^2 がわかれば、標本平均の実際の値がどの範囲に何%の確率で現れるかがわかる