

1 学習内容の説明 ⇒ 2 問題演習 ⇒ 3 振り返り(確認テスト・相互採点・リフレクションの記入)

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】前回の話を生かして標本比率から母比率を推定しよう

□母比率の推定

標本比率から母比率を推定する方法を調べよう。

ある特性 A の母比率が p である母集団から無作為抽出された大きさ n の無作為標本について、特性 A の標本比率 R は、 n が大きいとき、近似的に正規分布 $N\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$ に従う。 ←94ページ

よって、次の等式が成り立つ。 ←96ページ

$$P\left(p - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq R \leq p + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = 0.95$$

すなわち、不等式

$$p - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq R \leq p + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

の成り立つ確率は 0.95 である。

したがって、母平均の推定と同様にして、

$$P\left(R - 1.96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \leq p \leq R + 1.96 \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = 0.95 \dots\dots \textcircled{1}$$

が得られる。

①において n が大きいときは、大数の法則により R は p に近いとみなしてよい。よって、①の根号の中の p を R で置き換えることにより、次の結果が得られる。

母比率の推定

標本の大きさ n が大きいとき、標本比率を R とすると、母比率 p に対する信頼度 95% の信頼区間は

$$\left[R - 1.96 \sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}, R + 1.96 \sqrt{\frac{R(1-R)}{n}} \right]$$

例題 6) ある世論調査で、有権者から無作為抽出した 400 人について A 政党の支持者を調べたら 144 人いた。A 政党の支持者の母比率 p に対して、信頼度 95% の信頼区間を求めよ。

解答 標本比率 R は $R = \frac{144}{400} = 0.36$

$n = 400$ であるから

$$\begin{aligned} 1.96 \sqrt{\frac{R(1-R)}{n}} &= 1.96 \sqrt{\frac{0.36 \times 0.64}{400}} \\ &= 1.96 \times 0.024 \\ &\approx 0.047 \end{aligned}$$

よって、求める信頼区間は

$$[0.36 - 0.047, 0.36 + 0.047]$$

すなわち $[0.313, 0.407]$

信頼度 99% とすると

$$\begin{aligned} 2.58 \sqrt{\frac{0.36 \times 0.64}{400}} &= 2.58 \times 0.024 \\ &\approx 0.062 \end{aligned}$$

よって、求める信頼区間は

$$[0.36 - 0.062, 0.36 + 0.062]$$

すなわち $[0.298, 0.422]$