統計的な推測【仮説検定】　p.100～102

1 学習内容の説明 ⇒ 2 問題演習 ⇒ 3 振り返り（確認テスト・相互採点・リフレクションの記入）

【態度目標】しゃべる、質問する、説明する、動く、協力する、貢献する

【内容目標】二項分布のグラフについて n を大きくして正規分布曲線に近似させる考え方を理解しよう

□仮説検定

ある 1 枚のコインを 100 回投げたところ，表が 61 回出た。
この結果から，「このコインは表と裏の出やすさに偏りがある」と判断してよいだろうか。

コインの表が出る確率を p とする。表と裏の出やすさに偏りがあるとすると，表が出る確率と裏が出る確率は等しくないから，次の [1] がいえる。

[1]　$p \fallingdotseq 0.5$

ここで，[1] の主張に反する次の仮定を立てよう。

[2]　$p = 0.5$　「表と裏が出る確率は等しい」と仮定

[2] の仮定のもとでは，1 枚のコインを 100 回投げて表が出る回数 X は，二項分布 $B(100,\ 0.5)$ に従う確率変数になる。

X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m = 100 \times 0.5 = 50, \qquad \sigma = \sqrt{100 \times 0.5 \times 0.5} = 5$$

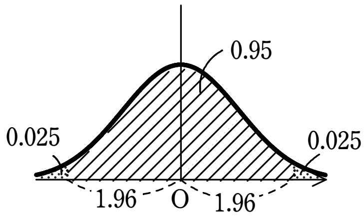
であるから，$Z = \dfrac{X-50}{5}$ は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

正規分布表から

$$P(-1.96 \leqq Z \leqq 1.96) = 0.95$$

である。このことは，[2] の仮定のもとで

$$Z \leqq -1.96 \quad または \quad 1.96 \leqq Z \quad \cdots\cdots ①$$



という事象は，確率 0.05 でしか起こらないことを示している。

$X=61$ のとき $Z = \dfrac{61-50}{5} = 2.2$ であり，$Z = 2.2$ は ① の範囲に含まれている。すなわち，0.05 という確率の小さいことが起こったのだから，そもそも [2] の仮定が正しくなかったと考えられる。そう考えると，[1] の主張は正しい，つまり，コインは表と裏の出やすさに偏りがあると判断してよさそうである。

数学Ⅰのおさらい

主張 [1] が正しいと判断できるか

対立仮説（Alternative hypothesis，H_1 や H_1 で表す）という

主張 [2]（主張 [1] と反する仮定）を立てる

帰無仮説（けむかせつ null hypothesis H_0 で表す）という

主張 [2] のもとで，実際に起こった出来事が起こる確率を調べる

実際に起こった出来事が起こる確率はかなり小さい

そもそも，主張 [2] の仮定が正しくなかった

主張 [1] は正しいと判断してもよいと考えられる

数学Ⅰのときは表から読み取った

一般に，母集団に関して考えた仮定を **仮説** といい，標本から得られた結果によって，この仮説が正しいか正しくないかを判断する方法を **仮説検定** という。また，仮説が正しくないと判断することを，仮説を **棄却する** という。コインの例では，仮説検定によって，仮説 [2] が棄却されたことになる。

仮説検定では，0.05 のようにどの程度小さい確率の事象が起こると仮説を棄却するか，という基準をあらかじめ定めておく。この基準となる確率 α を **有意水準**（危険率）という。
有意水準 α は，0.05 (5 %) または 0.01 (1 %) と定めることが多い。

「有意水準が５％」とは
「仮説が正しいのに誤って棄却してしまう確率が５％」ということ

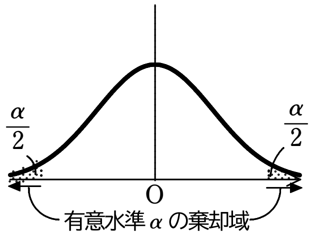
有意水準を１％にした場合の違いを考えてみよう

統計的な推測【仮説検定】　p.100～102

有意水準 α に対して，仮説が棄却されるような確率変数の値の範囲が定まる。この範囲を有意水準 α の **棄却域** という。

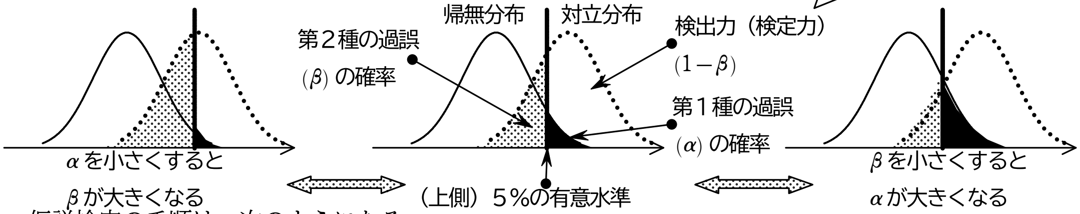
① が有意水準 5 % の棄却域である。確率変数の値が棄却域に入らなければ，「仮説を棄却できない」という判断をする。

なお，仮説が棄却できない場合，その仮説が正しいと判断できるわけではない。



結果＼真実	帰無仮説が正しい	対立仮説が正しい
帰無仮説を棄却しない 対立仮説が正しいとは言えない	正しい	第 2 種の過誤(β)
帰無仮説を棄却する 対立仮説が正しい	第 1 種の過誤(α)	正しい $(1-\beta)$

対立仮定が正しい状態で，どれだけきちんと帰無仮説を棄却できるか(αを定めた下で $1-\beta$ をできるだけ大きくする)がポイント



仮説検定の手順は，次のようになる。

> **仮説検定の手順**
> ①　ある事象が起こった状況や原因を推測し，仮説を立てる。
> ②　有意水準 α を定め，仮説にもとづいて棄却域を求める。
> ③　標本から得られた確率変数の値が棄却域に入れば仮説を棄却し，
> 　　棄却域に入らなければ仮説を棄却しない。

＜注意＞　有意水準 α で仮説検定を行うことを，「有意水準 α で **検定** する」ということがある。

例２３）　ある 1 枚のコインを 400 回投げたところ，表が 183 回出た。このコインは表と裏の出やすさに偏りがあると判断してよいかを，有意水準 5 % で検定してみよう。

表が出る確率を p とする。表と裏の出やすさに偏りがあるなら，$p \neq 0.5$ である。

ここで，「表と裏の出やすさに偏りがない」，すなわち $p=0.5$ という仮説を立てる。

この仮説が正しいとすると，400 回のうち表が出る回数 X は，二項分布 $B(400,\ 0.5)$ に従う。

X の期待値 m と標準偏差 σ は

$$m=400\times0.5=200,\qquad \sigma=\sqrt{400\times0.5\times0.5}=10$$

よって，$Z=\dfrac{X-200}{10}$ は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

正規分布表より $P(-1.96\leqq Z\leqq 1.96)=0.95$ であるから，有意水準 5 % の棄却域は

$$Z\leqq -1.96 \quad \text{または} \quad 1.96\leqq Z$$

$X=183$ のとき $Z=\dfrac{183-200}{10}=-1.7$ であり，

この値は棄却域に入らないから，仮説を棄却できない。

すなわち，この結果からは，コインの表と裏の出やすさに偏りがあるとは判断できない。㊫