



ベクトルの1次独立の確認

★理解を目指そう

野外で風景画を描くときに緑の絵の具がなくなっても青と黄色の絵の具があれば、「緑 = 0.5×青 + 0.5×黄」で作れるので何とかできるでしょう。黄緑も青緑も作れますこれを『緑は、青と黄色の1次結合で書ける』といいます。

しかし、青と黄色がなくなってしまうとはどうにもなりません。また赤はどう混ぜても作れません。これを1次結合で書けないので、『1次独立である』といいます。

◎ 1次独立をベクトルで考えてみましょう

2つのベクトル \vec{a}, \vec{b} は
 $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$
 $\vec{a} \not\parallel \vec{b}$
 のとき1次独立であるという

上の話と結びつけると…
透明でない (0でない)
同系色でない (平行でない)
とみることができます

◆ 1次独立のベクトルは次のような性質を持っています。

\vec{a}, \vec{b} が1次独立のとき

① $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow m = n = 0$

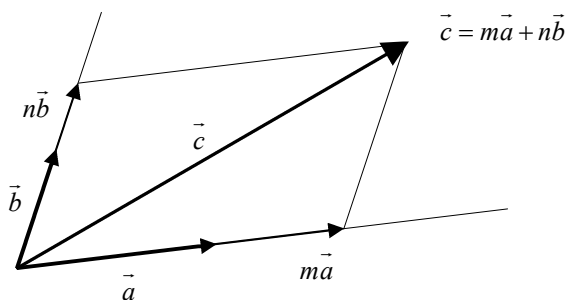
$m \neq 0$ とすると、 $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{0}$ より $\vec{a} = -\frac{n}{m}\vec{b}$ とかけるので $\vec{a} \parallel \vec{b}$
これは1次独立であることに反する。

上の話と結びつけると…
青と黄色から透明な色を作るのは、色の混ぜる割合は0 (混ぜない) ときだけ

② $m\vec{a} + n\vec{b} = s\vec{a} + t\vec{b} \Leftrightarrow m = s, n = t$

上の話と結びつけると…
青と黄色から同じ色を作るのは、同じ割合で色を混ぜたときだけ

③ 平面上のベクトル \vec{c} は、 $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$ (m, n は実数) (1次結合の形) で
ただ1通りに表される



上の話と結びつけると…
青と黄色から作られる色は青と黄色の混ぜる割合で表すことができる